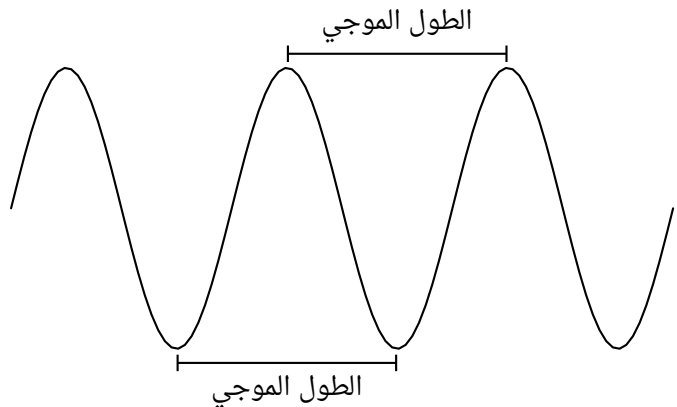
شارح: كمية حركة الفوتون

في هذا الشارح، سوف نتعلَّم كيف نحسب كمية حركة الفوتون بمعلومية تردُّده أو طوله الموجي.

تذكَّر أن النموذج الموجي يَصِف بعض الظواهر المتعلِّقة بالضوء وصفًا جيدًا. تتضمَّن هذه الظواهر الانكسار والحيود. وهناك ظواهر أخرى يصفها النموذج الجُسيمي على نحو أفضل. تتضمَّن هذه الظواهر التأثير الكهروضوئي.

في النموذج الموجي للضوء، يكون للضوء طول موجي وتردُّد. الطول الموجي للموجة هو المسافة بين أي نقطتين متطابقتين على الموجة، كما هو موضَّح في الشكل الآتي. أما تردُّد الموجة، فهو عدد دورات الموجة التي تمر عبر نقطة كل ثانية.



تذكَّر أنه إذا كان الطول الموجي لموجة λ، وكان تردُّدها f، فإن سرعة الموجة، v، تُعطى بالمعادلة:

$$v = f\lambda.$$

تذكَّر أيضًا أن سرعة الضوء في الفراغ تساوي $3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$ تقريبًا. ويُرمَز لهذا الثابت بالرمز c؛ وللموجة الضوئية:

$$c = f\lambda.$$

في النموذج الجُسيمي للضوء، تُقسَّم طاقة الضوء إلى «حزم» من الطاقة تُسمَّى **الفوتونات**. يمكن أن تمتص الذرات الفوتونات أو تبعثها. يحدث التأثير الكهروضوئي عندما يمتص إلكترون في الذرة فوتونًا، فيتحرَّر من الذرة، ويترك تمامًا المادة التي تمثِّل الذرة جزءًا منها.

تذكَّر أن طاقة الفوتون ترتبط بتردُّد موجة الضوء. إن طاقة الفوتون، E، تُعطى بالمعادلة:

$$E = hf,$$

حيث h ثابت بلانك، وقيمته $6.63 \times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}$.

ولأن تردُّد الموجة الضوئية وطولها الموجي مرتبطان بالعلاقة $c = f\lambda$، فيمكننا التعبير عن طاقة الفوتون بدلالة الطول الموجي للموجة أيضًا:

$$E = \frac{hc}{\lambda}.$$

بالإضافة إلى كون الفوتونات «حزمًا» منفصلة من الطاقة، فإن للفوتونات أيضًا كمية حركة؛ ولذا، يمكنها أن تؤثِّر بقوة. قد يبدو هذا غير بديهي في البداية؛ لأننا لا نشعر أن الضوء يؤثِّر بقوة. فإذا وضعتَ يدك أمام مصباح، فلن تشعر بقوة تؤثِّر على يدك بفعل الضوء.

قد يبدو هذا غير بديهي أيضًا؛ لأن كمية الحركة تُحسب عادةً باستخدام القانون $p = mv$. فإذا كان لدينا جسم كتلته m يتحرَّك بالسرعة v، فإن كمية حركته، p، تساوي حاصل ضرب كتلته في سرعته. لكن الفوتونات لها **كتلة تساوي صفرًا**. وإذا كان $m = 0$، فإن $p = mv = 0v = 0$. وفقًا لهذا القانون، نجد أنه إذا كانت كتلة الجسم صفرًا، فلا بد أيضًا أن تكون كمية حركته صفرًا دون النظر إلى سرعته.

ولكن، تُوجَد حدود للحالات التي يمكن فيها استخدام القانون $p = mv$. فلا يمكن استخدام القانون $p = mv$ في حالة الأجسام التي تتحرَّك بسرعة كبيرة جدًّا؛ أي بسرعة تقارب سرعة الضوء. هذا وحده يعني أنه لا يمكن استخدام القانون مع الفوتونات التي تتحرَّك بسرعة الضوء بلا ريب. أيضًا لا يمكن استخدام القانون $p = mv$ مع الجُسيمات العديمة الكتلة مثل الفوتونات.

بدلًا من ذلك، ترتبط كمية حركة الفوتون بطوله الموجي، ويمكن حسابها باستخدام المعادلة:

$$p = \frac{h}{\lambda},$$

حيث p كمية حركة الفوتون، وh ثابت بلانك، كما ذكرنا.

لاحظ أن كمية حركة الفوتون **تتناسب عكسيًّا** مع طوله الموجي. وهذا يعني أنه كلما زاد الطول الموجي للضوء، أو كلما اقترب الضوء من اللون الأحمر، قلَّت كمية حركته.

يمكننا استخدام هذا القانون لمعرفة لماذا لا نشعر في تعاملاتنا اليومية بكمية حركة فوتونات الضوء. افترض أن لدينا فوتونَ ضوء أحمر، طوله الموجي $700\ \text{nm}$، أو $7.00 \times 10^{-7}\ \text{m}$. إذن كمية حركة هذا الفوتون هي:

$$\begin{aligned} p &= \frac{h}{\lambda} \\ p &= \frac{6.63 \times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}}{7.00 \times 10^{-7}\ \text{m}} \\ p &= 9.47 \times 10^{-28}\ \text{J}\cdot\text{s/m}. \end{aligned}$$

إن وحدة جول‌ثانية لكل متر ($\mathrm{J\cdot s/m}$) تكافئ وحدة كيلوجرام‌متر لكل ثانية ($\mathrm{kg\cdot m/s}$) إذن، كمية حركة الفوتون هي $9.47 \times 10^{-28}\ \mathrm{kg\cdot m/s}$.

وهذه قيمة صغيرة للغاية. إن كمية حركة الفوتون الواحد تكاد ألَّا تُذكَر. وحتى إن فكَّرنا في كمية الحركة الكلية لجميع الفوتونات المنبعثة من المصباح كل ثانية، فإنها لا تزال قيمة متناهية الصغر. فالمصباح الذي قدرته 100 W يبعث 3×10^{20} فوتون كل ثانية تقريبًا. وتكون كمية الحركة الكلية لجميع هذه الفوتونات هي:

$$3 \times 10^{20} \times 9.47 \times 10^{-28}\ \mathrm{kg\cdot m/s} = 2.84 \times 10^{-7}\ \mathrm{kg\cdot m/s}.$$

هذه قيمة صغيرة جدًّا لكمية الحركة؛ ولهذا السبب لا نشعر بكمية حركة الضوء.

إلا أن كمية حركة الفوتونات تُصبح ذات أهمية بالغة عند التعامل مع التفاعلات بين الفوتونات وغيرها من الجسيمات، مثل الإلكترونات. تستطيع الفوتونات — وتحديدًا الفوتونات العالية الطاقة، مثل فوتونات الأشعة السينية — نقل كمية حركة ملحوظة إلى الجسيمات الأخرى.

صيغة: كمية حركة الفوتون بدلالة طوله الموجي

كمية حركة الفوتون، p، تساوي ثابت بلانك، h، مقسومًا على الطول الموجي، λ، للفوتون:

$$p = \frac{h}{\lambda}.$$

بما أن الطول الموجي والتردُّد للضوء يرتبطان بالمعادلة $c = f\lambda$، فيمكننا التعبير عن كمية حركة الفوتون بدلالة تردُّده أيضًا. فإذا أعدنا ترتيب المعادلة $c = f\lambda$ لجعل λ في طرف بمفرده، نحصل على:

$$\lambda = \frac{c}{f}.$$

بالتعويض بذلك في قانون كمية حركة الفوتون، نحصل على:

$$p = \frac{h}{\left(\frac{c}{f}\right)}$$

$$p = \frac{hf}{c}.$$

صيغة: كمية حركة الفوتون بدلالة تردُّده

كمية حركة الفوتون، p، تساوي ثابت بلانك، h، مضروبًا في تردُّد الفوتون، f، مقسومًا على سرعة الضوء، c:

$$p = \frac{hf}{c}.$$

مثال ١: حساب كمية حركة الفوتون بمعلومية طوله الموجي

ما كمية حركة فوتون طوله الموجي 500 nm؟ استخدم القيمة $6.63 \times 10^{-34}\ \text{J·s}$ لثابت بلانك. اكتب إجابتك بالصيغة العلمية لأقرب منزلتين عشريتين.

الحل

يمكننا استخدام القانون:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

لإيجاد كمية حركة الفوتون، p؛ حيث h ثابت بلانك، وλ الطول الموجي للفوتون.

هيا أولًا نحوِّل وحدة الطول الموجي المُعطاة إلى متر. تذكَّر أن $1\ \text{nm} = 10^{-9}\ \text{m}$، إذن $500\ \text{nm} = 5 \times 10^{-7}\ \text{m}$.

يمكننا الآن التعويض بهذه القيمة، وقيمة ثابت بلانك في المعادلة السابقة. ومن ذلك نحصل على:

$$p = \frac{6.63 \times 10^{-34}\ \text{J·s}}{5 \times 10^{-7}\ \text{m}}$$
$$p = 1.326 \times 10^{-27}\ \text{J·s/m}.$$

وحدة جول‌ثانية لكل متر (J·s/m) تكافئ وحدة كيلوجرام‌متر لكل ثانية (kg·m/s). يطلب منا السؤال تقريب الإجابة إلى أقرب منزلتين عشريتين؛ ومن ثَمَّ، فالإجابة النهائية هي:

$$p = 1.33 \times 10^{-27}\ \text{kg·m/s}.$$

مثال ٢: حساب كمية حركة الفوتون بمعلومية تردُّده

تردُّد موجة راديو ذات تردُّد منخفض يساوي 200 kHz. ما كمية الحركة لفوتون في موجة راديو عند هذا التردُّد؟ استخدم القيمة $6.63 \times 10^{-34}\ \text{J·s}$ لثابت بلانك. اكتب إجابتك بالصيغة العلمية لأقرب منزلتين عشريتين.

الحل

يمكننا استخدام المعادلة:

$$p = \frac{hf}{c}$$

لإيجاد كمية حركة الفوتون، p؛ حيث h ثابت بلانك، وf تردُّد الفوتون، وc سرعة الضوء.

هيا أولًا نحوِّل وحدة التردُّد المُعطى إلى هرتز. تذكَّر أن $1\ \text{kHz} = 1\,000\ \text{Hz}$، إذن $200\ \text{kHz} = 200\,000\ \text{Hz}$.

يمكننا الآن التعويض في المعادلة السابقة بهذه القيمة، وقيمة ثابت بلانك. ويمكننا استخدام القيمة $3.00 \times 10^{8}\ \text{m/s}$ لسرعة الضوء. ومن ذلك نحصل على:

$$p = \frac{6.63 \times 10^{-34}\ \text{J·s} \times 200\,000\ \text{Hz}}{3.00 \times 10^{8}\ \text{m/s}}$$
$$p = 4.42 \times 10^{-37}\ \text{J·s·Hz/m·s}.$$

تذكَّر أن وحدة هرتز تكافئ $1/\text{s}$، إذن:

$$\begin{aligned}\frac{\text{J·s·Hz}}{\text{m/s}} &= \frac{\text{J·s} \cdot 1/\text{s}}{\text{m/s}} \\ &= \frac{\text{J}}{\text{m/s}} \\ &= \frac{\text{J·s}}{\text{m}}.\end{aligned}$$

وحدة جول‌ثانية لكل متر (J·s/m) تكافئ وحدة كيلوجرام‌متر لكل ثانية (kg·m/s)؛ ومن ثَمَّ، فكمية حركة الفوتون هي $4.42 \times 10^{-37}\ \text{kg·m/s}$.

إذا كان لدينا العدد n من الفوتونات المتطابقة، وكنا نعرف الطول الموجي للفوتونات، فبإمكاننا إيجاد **كمية الحركة الكلية** للفوتونات باستخدام المعادلة:

$$p = n\frac{h}{\lambda}.$$

بصورة مكافئة، إذا عرفنا تردُّد الفوتونات، يمكننا إيجاد كمية الحركة الكلية للفوتونات باستخدام القانون:

$$p = n\frac{hf}{c}.$$

مثال ٣: حساب كمية الحركة الكلية للعديد من الفوتونات المتطابقة

يُنتج جهاز ليزر 4.00×10^{27} فوتون، كلٌّ منها تردُّده $4.25 \times 10^{14}\ \text{Hz}$. ما مقدار كمية الحركة التي ينقلها إنتاج هذه الفوتونات إلى جهاز الليزر؟ اعتبر $6.63 \times 10^{-34}\ \text{J·s}$ قيمة ثابت بلانك. أوجد الإجابة لأقرب ثلاث منازل عشرية.

الحل

المطلوب منا هو إيجاد مقدار كمية الحركة التي تنتقل إلى جهاز الليزر نتيجة انبعاث الفوتونات. ووفقًا لمبدأ حفظ كمية الحركة، فإن التغيُّر في كمية حركة جهاز الليزر يكون بنفس مقدار التغيُّر في كمية حركة الفوتونات، لكن في الاتجاه المعاكس. وبما أن جهاز الليزر يُنتِج الفوتونات، إذن التغيُّر في كمية حركة الفوتونات يساوي كمية الحركة الكلية للفوتونات.

الفوتونات جميعها لها التردُّد نفسه؛ ولذا، فهي متطابقة. يمكننا إذن استخدام القانون:

$$p = n\frac{hf}{c}$$

لإيجاد كمية الحركة الكلية للفوتونات، p؛ حيث n عدد الفوتونات، وh ثابت بلانك، وf تردُّد الفوتونات، وc سرعة الضوء.

بالتعويض بالقيم المُعطاة في السؤال، واستخدام القيمة $3.00 \times 10^{8}\ \text{m/s}$ لسرعة الضوء، نحصل على:

$$p = 4.00 \times 10^{27} \times \frac{6.63 \times 10^{-34}\ \text{J·s} \times 4.25 \times 10^{14}\ \text{Hz}}{3.00 \times 10^{8}\ \text{m/s}}$$

$$p = 3.757\ \text{J·s·Hz/m·s}.$$

تذكَّر أن وحدة هرتز تكافئ $1/\text{s}$، إذن:

$$\begin{aligned}\frac{\text{J·s·Hz}}{\text{m/s}} &= \frac{\text{J·s} \cdot 1/\text{s}}{\text{m/s}} \\ &= \frac{\text{J}}{\text{m/s}} \\ &= \frac{\text{J·s}}{\text{m}}.\end{aligned}$$

وحدة جول‌ثانية لكل متر (J·s/m) تكافئ وحدة كيلوجرام‌متر لكل ثانية (kg·m/s)؛ ومن ثَمَّ، فكمية الحركة الكلية للفوتونات هي $3.757\ \text{kg·m/s}$.

من الممكن رصد كمية حركة بهذا القدر. لكن الطاقة الكلية لهذه الفوتونات تزيد على $1\ \text{GJ}$. وحتى أقوى أجهزة الليزر في العالم تستغرق زمنًا طويلًا لإنتاج هذا القدر الكبير من الطاقة؛ ولذا، فإن التغيُّر في سرعة جهاز الليزر يكون بطيئًا جدًّا.

النقاط الرئيسية

- للفوتونات كمية حركة على الرغم من أنها عديمة الكتلة.
- تتناسب كمية حركة الفوتون طرديًّا مع تردُّده، وعكسيًّا مع طوله الموجي.
- إذا كان الطول الموجي لفوتون معلومًا، فيمكننا حساب كمية حركته باستخدام المعادلة:

$$p = \frac{h}{\lambda}.$$

- إذا كان تردُّد الفوتون معلومًا، فيمكننا حساب كمية حركته باستخدام المعادلة:

$$p = \frac{hf}{c}.$$

- يمكن حساب كمية الحركة الكلية للعدد n من الفوتونات المتطابقة باستخدام القانون:

$$p = n\frac{h}{\lambda}$$

أو:

$$p = n\frac{hf}{c}.$$