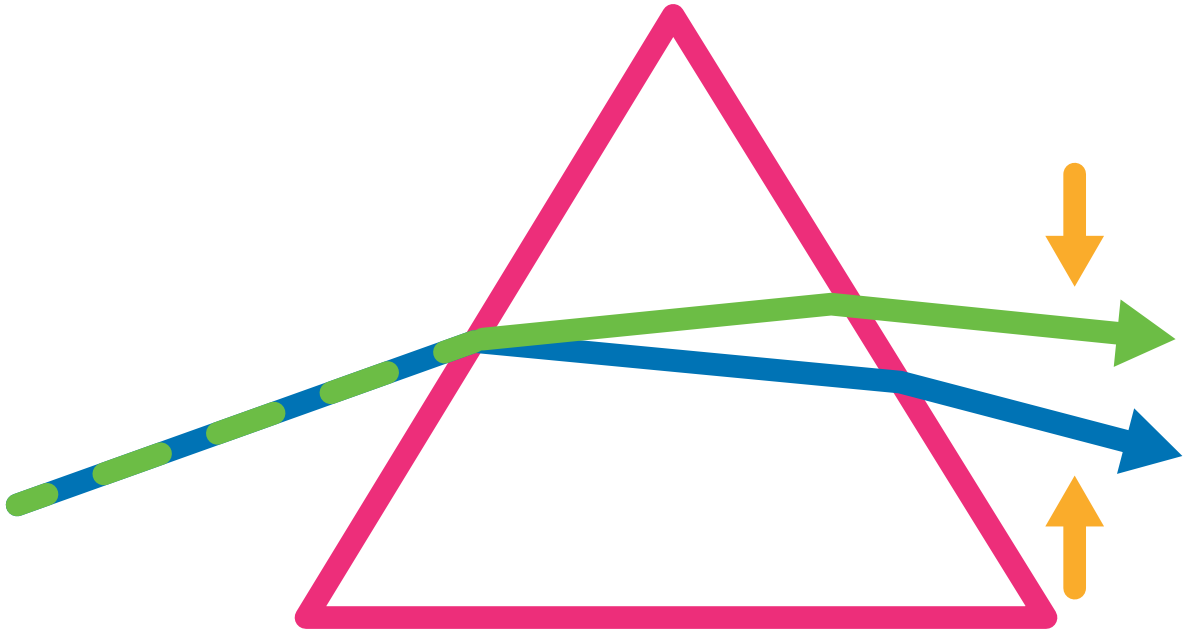
قوة التفريق اللوني للمنشور



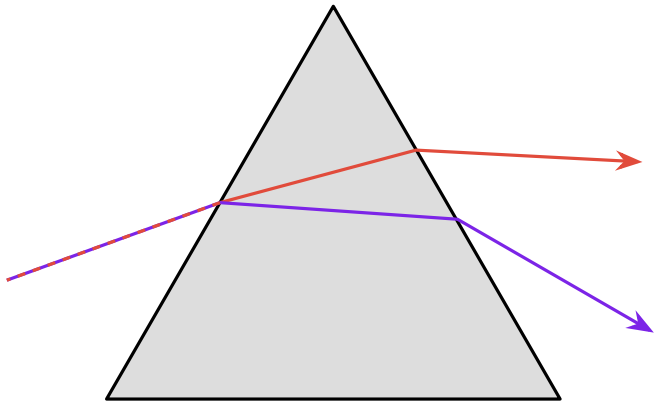
أهداف الدرس

ستتمكَّن من:

- إدراك أنه كلما كان الطول الموجي للضوء أقصر، زاد انحرافه نتيجة مروره بمنشور
- استخدام الصيغة $\omega_\alpha = \frac{\alpha_{\text{العُظمى}} - \alpha_{\text{الصُّغرى}}}{\frac{\alpha_{\text{العُظمى}} + \alpha_{\text{الصُّغرى}}}{2}}$ للربط بين قوة التفريق اللوني للمنشور، وزوايا الانحراف للأطوال الموجية المختلفة للضوء الذي يمر به
- استخدام الصيغة $\omega_\alpha = \frac{n_{\text{الأعظم}} - n_{\text{الأصغر}}}{\frac{n_{\text{الأعظم}} + n_{\text{الأصغر}}}{2}} - 1$ للربط بين قوة التفريق اللوني للمنشور، ومعاملات الانكسار للأطوال الموجية المختلفة للضوء الذي يمر به

التفريق بواسطة المنشور

يُستخدَم المصطلح «تفريق» لوصف عملية توزيع شيء ما أو نشْره على مساحة كبيرة. وعلى وجه التحديد سنتناول هنا تفريق الضوء أثناء مروره عبر منشور. ينحرف الضوء عن مساره الأصلي عند دخوله المنشور، وينحرف مرَّة أخرى عندما يخرج منه.



فيما يأتي مخطط لهذا النوع من التفريق. لدينا شعاع ضوء يحتوي على ضوء أحمر وبنفسجي يدخل إلى المنشور. يتحلَّل الضوء داخل المنشور إلى الأشعة المكوِّنة له، وهي الضوء الأحمر النقي والضوء البنفسجي النقي.

تذكير: قانون سنل

قانون: قانون سنل

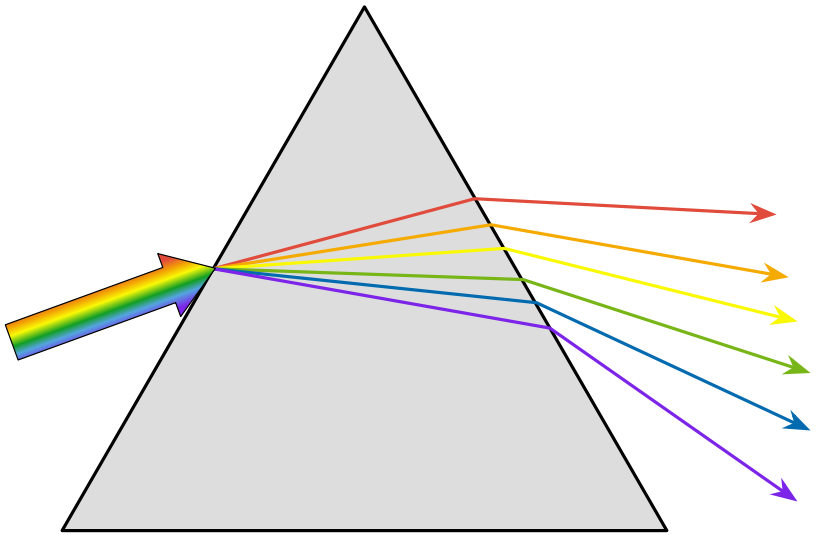
لنفترض أن لدينا شعاعَ ضوءٍ يمرُّ عبر سطح فاصل، معامل الانكسار على جانبَيْه مختلف؛ حيث يكون معامل الانكسار على الجانب الأول (وهو الجانب الذي يسقط منه شعاع الضوء على السطح الفاصل) هو n_1، ومعامل الانكسار على الجانب الآخَر (وهو الجانب الذي يمرُّ إليه شعاع الضوء) من السطح الفاصل هو n_2. زاوية سقوط الضوء هي θ_1، وزاوية انكساره هي θ_2.

تذكَّر أن زاوية السقوط هي الزاوية التي يصنعها شعاع الضوء مع العمود المُقام على السطح الفاصل عندما ينتقل من وَسَط إلى وَسَط آخَر، في حين تكون زاوية الانكسار هي الزاوية التي يصنعها الشعاع مع العمود المُقام على السطح الفاصل أثناء انتقاله عبر الوَسَط الثاني. العلاقة التي تربط هذه الزوايا هي:

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2.$$

لاحِظ أن كلًّا من زاوية السقوط وزاوية الانكسار مقيستان من العمود المُقام على السطح الفاصل، وليس من السطح الفاصل نفسه.

تفريق الضوء



كيف يُخبرنا قانون سنل إن زاوية الانكسار تختلف باختلاف الأطوال الموجية للضوء في المنشور؟

تخيَّل شعاعَ ضوءٍ يتكوَّن من جميع الأطوال الموجية للضوء يدخل إلى منشور، كما هو موضَّح في الشكل الآتي:

يدخل شعاع الضوء من يسار المنشور. وبما أن الشعاع يحتوي على جميع الأطوال الموجية للضوء، نلاحِظ أن جميع ألوان الضوء ستدخل المنشور بنفس زاوية السقوط.

تفريق الضوء (متابعة)

إذا كان معامل الانكسار خارج المنشور n_1، يختلف عن معامل الانكسار داخل المنشور، فسنرى تأثيرًا مُثيرًا.

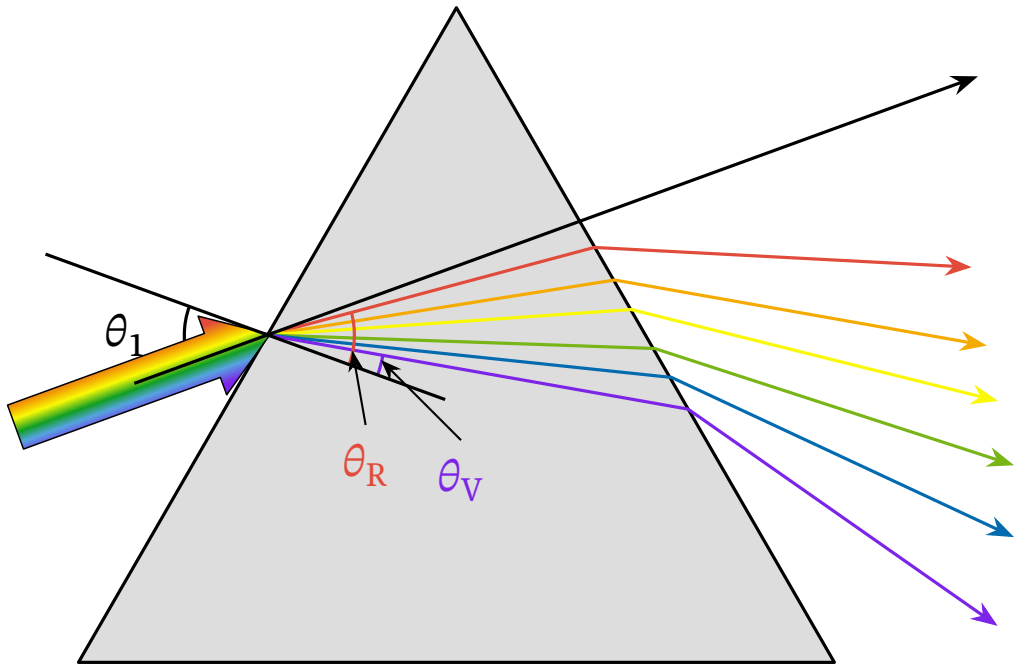
من قانون سنل، لدينا العلاقة: $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$.

تذكَّر أن معامل انكسار المادة عبارة عن مقياس لمدى سرعة انتقال الضوء في هذه المادة. إذا كان معامل انكسار المادة 1، فإن الضوء ينتقل في المادة بنفس السرعة (الكبيرة جدًّا) التي ينتقل بها في الفراغ. وكلما زاد معامل الانكسار عن 1، انتقل الضوء بسرعة أقلَّ في المادة.

لنفترض أن معامل الانكسار خارج المنشور هو نفسه لجميع الأطوال الموجية للضوء. يُعَدُّ الهواء مثالًا على مادة ينطبق عليها ذلك. وهذا يعني، وفقًا لقانون سنل، أن n_1 هو نفسه لجميع الأطوال الموجية للضوء.

لكننا نعلم أن المنشور يتسبَّب في انكسار الأطوال الموجية المختلفة للضوء بدرجات مختلفة. على سبيل المثال: ينكسر الضوء الأحمر أقلَّ من الضوء البنفسجي. وهذا يعني أن زاوية انحراف الضوء الأحمر، التي سنُطلِق عليها α_R، أصغر من زاوية انحراف الضوء البنفسجي، التي سنُطلِق عليها α_V.

تفريق الضوء (متابعة)

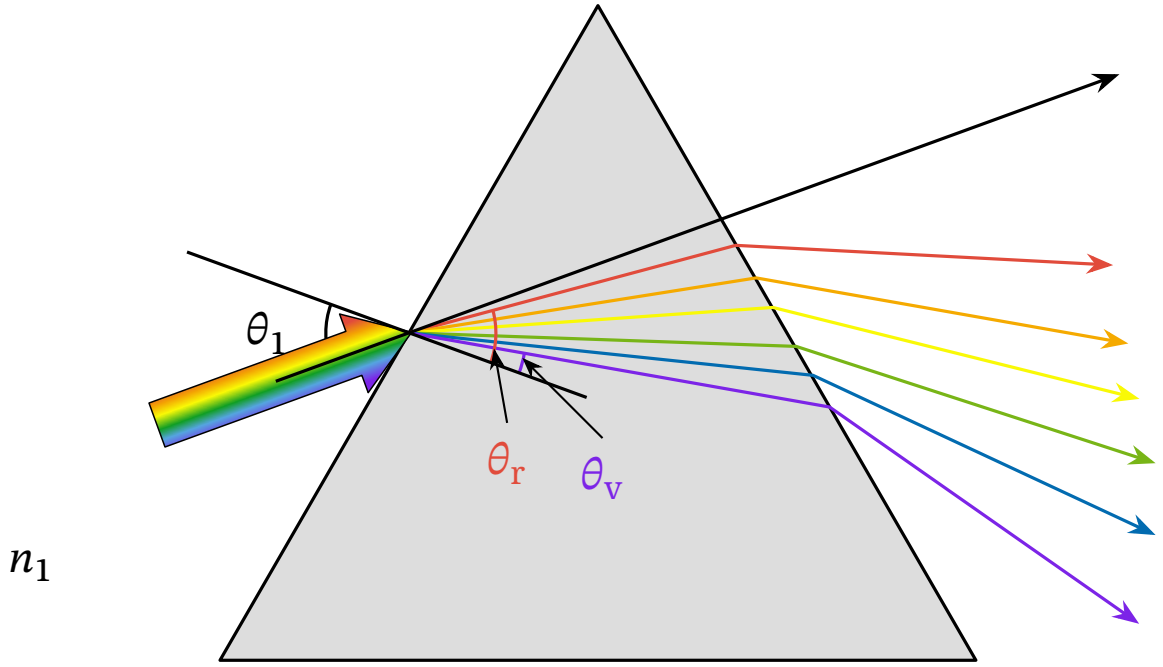


والسبب في ذلك هو أن معامل انكسار المنشور يختلف باختلاف الأطوال الموجية للضوء.
يُمكننا ملاحَظة ذلك بمقارنة حالتي الضوء الأحمر والبنفسجي.
يوضِّح الشكل الآتي كيف تنكسر الألوان المختلفة من الضوء بدرجات مختلفة. لقد أطلقنا على معامل الانكسار خارج المنشور n وزاوية السقوط θ. وأطلقنا أيضًا على زاويتي انكسار الضوء الأحمر والبنفسجي θ_R، θ_V على الترتيب.

تفريق الضوء (متابعة)

قبل دخول الطولين الموجيين للونين الأحمر والبنفسجي إلى المنشور، كان لهما معامل الانكسار نفسه وزاوية السقوط نفسها. هذا يعني أن الطرف الأيسر من قانون سنل، $n_1 \sin\theta_1$، هو نفسه للطولين الموجيين.

بالنسبة إلى الطرف الأيمن من قانون سنل، نعلم أن زاوية الانكسار مختلفة للطولين الموجيين. ولكي تظلّ المعادلتان $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_R$، $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_V$ صحيحتين، يجب أن يكون n_2 مختلفًا للطولين الموجيين المختلفين.



المادة المفرقة للضوء

هذا يعني أن لدينا معامل انكسار للضوء الأحمر، n_R، ومعامل انكسار آخَر للضوء البنفسجي، n_V. من ثَمَّ يجب أن يكون قانون سنل للطولين الموجيين هو $n_1 \sin\theta_1 = n_R \sin\theta_R$، $n_1 \sin\theta_1 = n_V \sin\theta_V$.

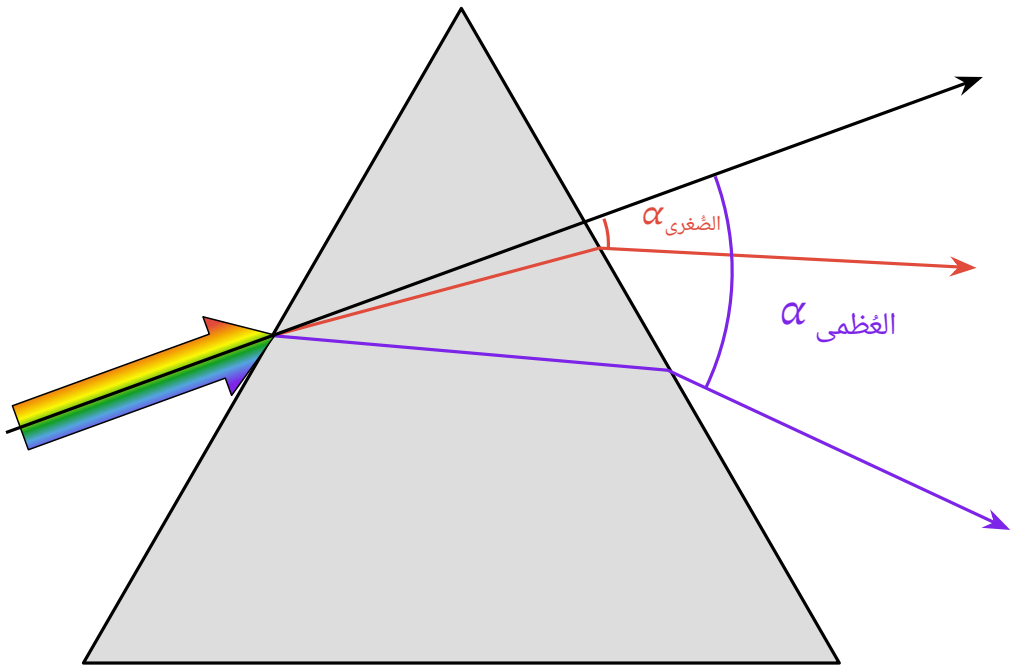
في الواقع بما أن كلَّ طول موجي مختلف للضوء له زاوية انكسار مختلفة في المنشور، فإننا نعلم أن كلَّ طول موجي له معامل انكسار مختلف.

يُمكننا استخدام هذه الخاصية بوصفها طريقة لتعريف المادة المفرِّقة للضوء.

تعريف المادة المفرِّقة للضوء:

المادة المفرِّقة للضوء هي المادة التي يتغيَّر معامل انكسارها بتغيُّر الطول الموجي.

زاوية الانحراف



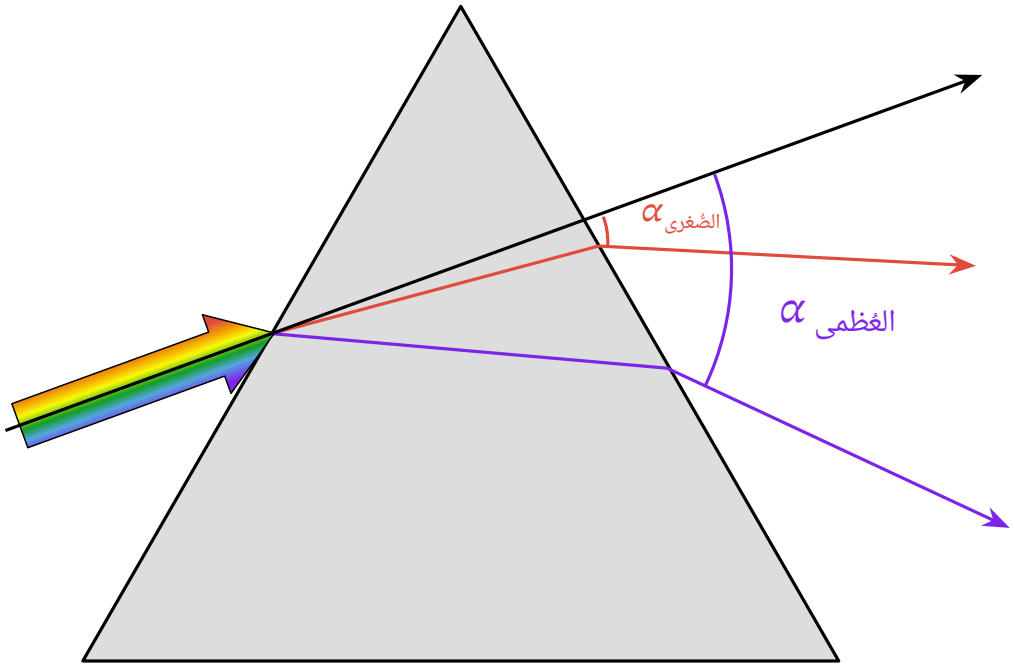
لنَعُد إلى المنشور، ولكننا سنهتمُّ بمسارَيِ الضوء الأحمر والبنفسجي فقط. اخترنا هذين الطولين الموجيين للضوء لأن الضوء الأحمر هو الطول الموجي الأطول للضوء المرئي، والضوء البنفسجي هو الطول الموجي الأقصر للضوء المرئي. هذا يعني أننا نتناول الحالتين القصوى والدنيا، وندرس أكبر مدًى مُمكِن من الأطوال الموجية.

في الشكل الآتي يُمكننا أن نلاحِظ أن كلًّا من هذين الطولين الموجيين للضوء قد انحرف عن المسار الذي يتبعه نتيجة مروره بالمنشور. وإذا لم يتغيَّر مساراهما، لاستمرَّ كلٌّ منهما في التحرُّك على امتداد السهم الأسود الموضَّح هنا.

زاوية الانحراف (متابعة)

يُمكننا أن نُطلِق على الزاوية التي ينحرف بها الشعاع الأحمر عن المسار الأسود $\alpha_{\text{الصُّغرى}}$، إذ إنها أصغر زاوية ينحرف بها أيُّ ضوء مرئي. هذا الرمز هو الحرف اليوناني «ألفا».

وبالمثل يُمكننا أن نُطلِق على زاوية انحراف الضوء البنفسجي $\alpha_{\text{العُظمى}}$؛ لأنها أكبر زاوية ينحرف بها أيُّ ضوء مرئي.



قوة التفريق اللوني

يُمكننا تحديد مقدار التفريق الذي يسبِّبه منشور معيَّن باستخدام زاويتَي الانحراف: $\alpha_{\text{الصُّغرى}}$ و$\alpha_{\text{العُظمى}}$.

سنفعل ذلك عن طريق تعريف كمية تُسمَّى «قوة التفريق اللوني» للمنشور، التي نرمز لها بالرمز ω_α، حيث ω هو الحرف اليوناني «أوميجا». يُمكن حساب قوة التفريق اللوني من خلال المعادلة:

$$\omega_\alpha = \frac{\alpha_{\text{العُظمى}} - \alpha_{\text{الصُّغرى}}}{\left(\frac{\alpha_{\text{العُظمى}} + \alpha_{\text{الصُّغرى}}}{2}\right)}.$$

قد تبدو هذه المعادلة معقَّدة إلى حدٍّ ما، لكنْ إذا فحصناها، فسيكون من السهل فهْمها.

قوة التفريق اللوني (متابعة)

في بسط هذا الكسر لدينا الفرق بين زاوية الانحراف العُظمى وزواية الانحراف الصُّغرى؛ أيْ $\alpha_{\text{العُظمى}} - \alpha_{\text{الصُّغرى}}$. وهذا يوضِّح لنا نطاق زوايا انحراف الضوء الذي يمرُّ بالمنشور.

وفي مقام الكسر لدينا متوسط قيمتَيْ $\alpha_{\text{العُظمى}}$ و$\alpha_{\text{الصُّغرى}}$؛ أيْ متوسط الانحراف الزاوي الذي يسبِّبه المنشور. وهذا هو ما نحصل عليه عند حساب الكمية $\frac{\alpha_{\text{العُظمى}} + \alpha_{\text{الصُّغرى}}}{2}$.

وهذا يُناظِر أيضًا زاوية انحراف الطول الموجي «المتوسط» للضوء الذي يدخل إلى المنشور. من جهة ألوان الضوء إذا كان الضوء الأبيض هو الذي يدخل المنشور، فسيكون هذا اللون بين الأصفر والأخضر.

$$\omega_{\alpha} = \frac{\alpha_{\text{العُظمى}} - \alpha_{\text{الصُّغرى}}}{\left(\frac{\alpha_{\text{العُظمى}} + \alpha_{\text{الصُّغرى}}}{2}\right)}.$$

قوة التفريق اللوني (متابعة)

تعريف قوة التفريق اللوني:

لتفريق اللوني للمنشور ω_α، مقياس للفرق في انكسار الضوء بين أطول طول موجي وأقصر طول موجي يدخلان المنشور. ويُمكن حسابها من خلال:

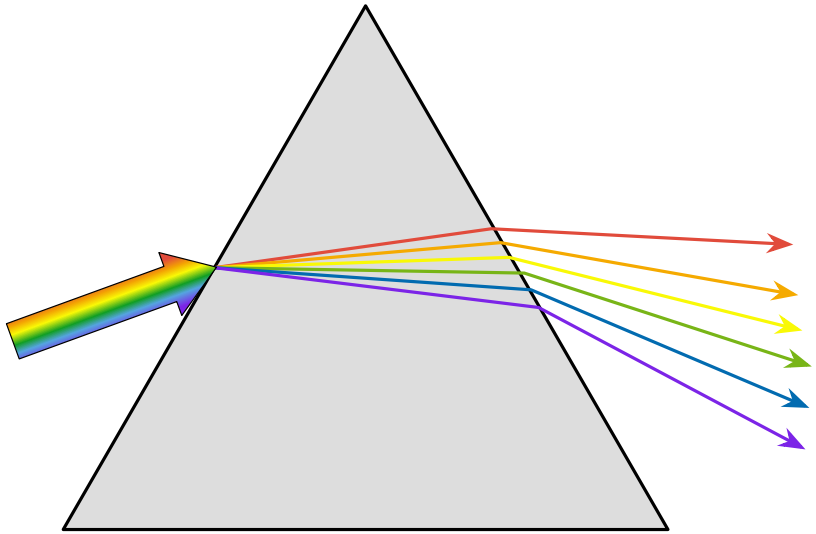
$$\omega_\alpha = \frac{\alpha_{\text{العُظمى}} - \alpha_{\text{الصُّغرى}}}{\left(\frac{\alpha_{\text{العُظمى}} + \alpha_{\text{الصُّغرى}}}{2}\right)}.$$

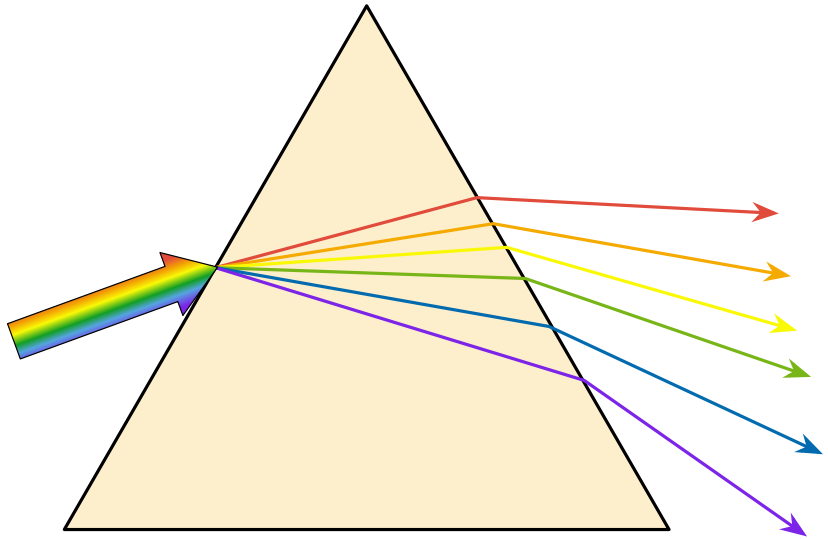
حيث $\alpha_{\text{العُظمى}}$ زاوية انحراف أقصر طول موجي للضوء يدخل إلى المنشور، $\alpha_{\text{الصُّغرى}}$ زاوية انحراف أطول طول موجي للضوء يدخل إلى المنشور.

لاحظ أن قوة التفريق اللوني ليس لها وحدات؛ لأنها عبارة عن النسبة بين الزوايا، ولهذا تلغى الوحدات.

قوة التفريق اللوني (متابعة)

كلما زادتْ قيمة ω_α، زاد نطاق التفريق الذي يتعرَّض له الضوء خلال المنشور. وكلما قلَّتْ قيمة ω_α، قلَّ نطاق التفريق الذي يتعرَّض له الضوء خلال المنشور.





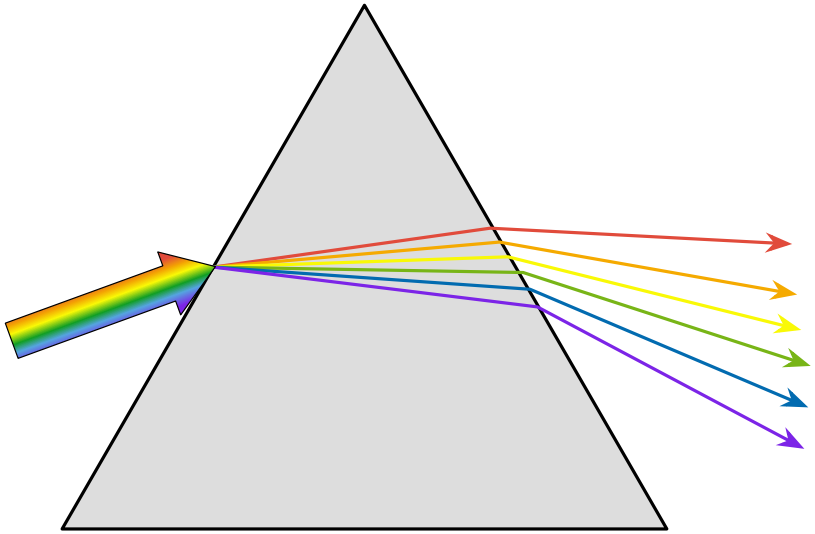
القيم القياسية لقوة التفريق اللوني

لاحِظ أنه إذا كانت قيمتا $\alpha_{\text{العُظمى}}$ و$\alpha_{\text{الصُّغرى}}$ متساويتين، فإن $\omega_\alpha = 0$. هذا يعني أن أكبر زاوية انحراف وأصغر زاوية انحراف متساويتان، وحينها يكون المنشور مادة غير مفرِّقة للضوء على الإطلاق. إذن أصغر قيمة لـ ω_α هي صفر (للمادة غير المفرِّقة)، وتزيد هذه القيمة مع المنشور الذي يُفرِّق الضوء بدرجات كبيرة. لكن القِيَم القياسية لمعظم المناشير الزجاجية أو ما يُشبهها تقع بين 0.01 و0.1.

قوة التفريق اللوني ليست في الواقع قوة

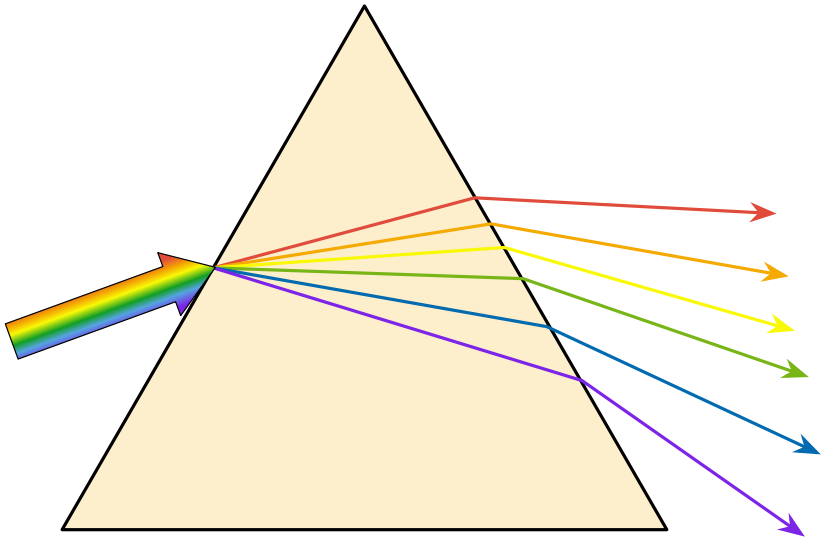
من المُهِمِّ أن نتذكَّر أنه على الرغم من أن المصطلح «قوة التفريق اللوني» تدخل فيه كلمة «قوة»، فإنها لا تحمل المعنى المُعتاد الذي تحمله في الفيزياء من كونها كمية من الطاقة تؤثر عبر فترة زمنية. إنها مجرد مصطلحات صادف أن تتكرَّر فيها كلمة «قوة». قوة التفريق اللوني ليست إلَّا وصفًا لمدى تفريق المنشور للضوء.

منشورات من مواد مختلفة



المنشور الموجود بالأعلى له قوة تفريق لوني صغيرة؛ ولذا لا تنتشر الألوان المختلفة للضوء انتشارًا كبيرًا.

أمَّا المنشور الموجود بالأسفل، فله قوة تفريق لوني كبيرة؛ ومن ثَمَّ تنتشر الألوان المختلفة للضوء انتشارًا كبيرًا هذا يعني أن المنشورين يجب أن يكونا مصنوعين من مادتين مختلفتين؛ لأن لهما معاملَي انكسار مختلفين.



هذا موضَّح هنا من خلال اللونين المختلفين للمنشورين.

يُفرِّق المنشور ذو قوة التفريق اللوني الأكبر الضوء تفريقًا أكبر، ويُفرِّق المنشور ذو قوة التفريق اللوني الأصغر الضوء تفريقًا أقلَّ.

مثال ١: حساب قوة التفريق اللوني من زوايا الانحراف

يتفرَّق ضوء أبيض بواسطة منشور إلى أطوال موجية تتراوح بين 400 nm و700 nm. زاوية النهاية الصُّغرى لانحراف الضوء الذي طوله الموجي 400 nm تساوي 22.9°، وزاوية النهاية الصُّغرى لانحراف الضوء الذي طوله الموجي 700 nm تساوي 22.1°، وزاوية النهاية الصُّغرى لانحراف الضوء الذي طوله الموجي 550 nm تساوي 22.5°. ما قوة التفريق اللوني للمنشور؟ قرِّب إجابتك لأقرب ثلاث منازل عشرية.

الحل

لدينا هنا منشور يفرِّق الضوء الأبيض، وقد أعطانا السؤال زاوية النهاية الصُّغرى للانحراف لبعض الأطوال الموجية في الضوء الأبيض.

أخبرنا السؤال أن أطول طول موجي للضوء الذي يدخل إلى المنشور هو 700 nm، وزاوية النهاية الصُّغرى لانحراف هذا الطول الموجي هي 22.1°، هذا الطول الموجي يُناظِر الضوء الأحمر، وهو أطول طول موجي هنا؛ لذا نعلم أنه سيكون له أصغر زاوية انحراف؛ فيُمكننا القول: إن $\alpha_{\text{الصُّغرى}} = 22.1°$.

مثال ١ (متابعة)

أقصر طول موجي للضوء الذي يدخل إلى المنشور هو 400 nm، وزاوية النهاية الصُّغرى لانحراف هذا الطول الموجي هي 22.9°. هذا الطول الموجي يُناظِر الضوء البنفسجي، وهو أقصر طول موجي هنا؛ لذا يُمكننا القول: إن $\alpha_{\text{العُظمى}} = 22.9°$.

يُمكننا حلُّ هذا السؤال باستخدام هذه المُعطيات فحسب. طُلِبَ منَّا حساب قوة التفريق اللوني لهذا المنشور؛ لذا دعونا نتذكَّر أن معادلة قوة التفريق اللوني هي:

$$\omega_{\alpha} = \frac{\alpha_{\text{العُظمى}} - \alpha_{\text{الصُّغرى}}}{\left(\frac{\alpha_{\text{العُظمى}} + \alpha_{\text{الصُّغرى}}}{2}\right)}.$$

علينا الآن التعويض بقيمتَيْ $\alpha_{\text{الصُّغرى}}$، $\alpha_{\text{العُظمى}}$ اللتين نعرفهما. إذا فعلنا ذلك نجد أن:

$$\omega_{\alpha} = \frac{22.9° - 22.1°}{\left(\frac{22.9° + 22.1°}{2}\right)}.$$

مثال ١ (متابعة)

دعونا نحسب بسط الكسر أولًا، وهو الفرق بين زاويتَيِ الانحراف العُظمى والصُّغرى. هذا يُعطينا:

$$22.9° - 22.1° = 0.8°.$$

يوضِّح مقام الكسر متوسط زاوية الانحراف التي يتعرَّض لها الضوء بمروره من المنشور. نجد أن هذا يساوي:

$$\begin{aligned}\frac{22.9° + 22.1°}{2} &= \frac{45°}{2}\\ &= 22.5°.\end{aligned}$$

يُمكننا الآن التعويض بهاتين القيمتين في المعادلة، فنجد أن قوة التفريق اللوني تساوي:

$$\begin{aligned}\omega_\alpha &= \frac{0.8°}{22.5°}\\ &= 0.03555\ldots.\end{aligned}$$

مثال ١ (متابعة)

لاحِظ أنه في السطر الأخير، تُحذَف وحدة الدرجة في كلٍّ من البسط والمقام، ويتبقَّى لدينا عدد بلا وحدة. مطلوبٌ منَّا تقريب الناتِج لأقرب ثلاث منازل عشرية، إذن الإجابة النهائية هي:

$$\omega_{\alpha} = 0.036.$$

لاحِظ أننا لم نستخدِم المعلومة الواردة في السؤال بأن زاوية النهاية الصُّغرى لانحراف الضوء الذي طوله الموجي $550\,\text{nm}$ تساوي $22.5°$. على الرغم من أننا لم نكن بحاجة إلى هذا الجزء لحلِّ السؤال، فقد كان بإمكاننا استخدامُه لحلِّ السؤال بشكل أسرع.

نعلم أن أقصر طولٍ موجي هو $400\,\text{nm}$، وأطول طول موجي هو $700\,\text{nm}$، وأن $550\,\text{nm}$ هو الطول الموجي المتوسط. يُخبرنا السؤال أيضًا بأن زاوية انحراف هذا الطول الموجي المتوسط هي $22.5°$. يُمكننا ملاحَظة أن هذه هي النتيجة نفسها بالضبط التي أوجدناها لمتوسط الانحراف الذي يُمثِّل مقام كسر معادلة قوة التفريق اللوني.

مثال ١ (متابعة)

كان بإمكاننا التعويض بهذه النتيجة مباشرة من السؤال من خلال معرفة أن زاوية انحراف الطول الموجي المتوسط هي متوسط الانحراف لأطول طول موجي وأقصر طول موجي. هذا يعني أننا لم نكن بحاجة إلى حساب المتوسط بأنفسنا، وكنا سنوفِّر بعض الوقت.

وفي كلتا الحالتين نحصل على الناتِج نفسه.

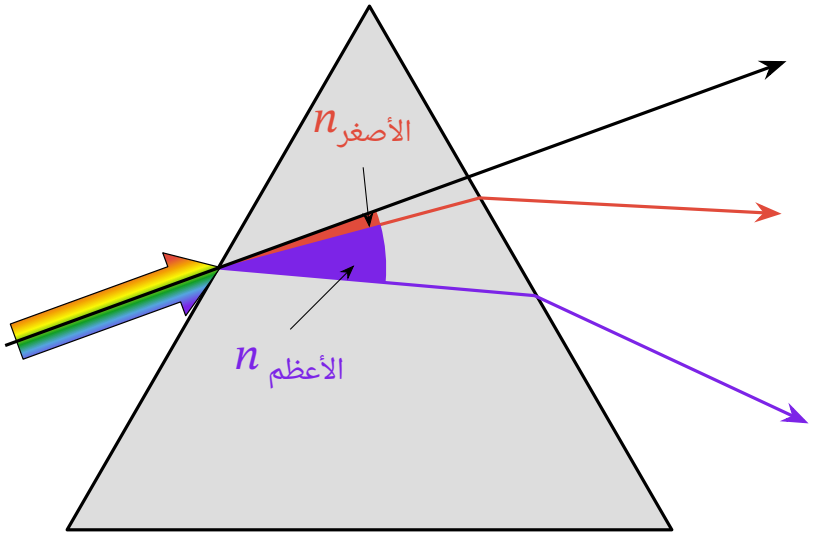
قوة التفريق اللوني بدلالة معامل الانكسار

هناك معامل انكسار يُقابل الطول الموجي للضوء الذي ينحرف بالزاوية $\alpha_{\text{العُظمى}}$، ومعامل انكسار آخَر يُقابل الطول الموجي للضوء الذي ينحرف بالزاوية $\alpha_{\text{الصُّغرى}}$.

السبب في أن الضوء البنفسجي يتعرَّض لزاوية الانحراف الكبرى $\alpha_{\text{العُظمى}}$، هو أن الضوء البنفسجي يُواجِه أكبر فرق في معامل الانكسار عند مروره بالمنشور. هذا يعني أن معامل انكسار الضوء البنفسجي هو الأكبر من بين جميع معاملات الانكسار التي يُمكن أن يواجهها الضوء المرئي. وللتعبير عن ذلك نُسمِّي معامل انكسار الضوء البنفسجي $n_{\text{الأعظم}}$، وهذا يعني أن زاوية الانحراف الكبرى $\alpha_{\text{العُظمى}}$ تُناظِر معامل الانكسار الأكبر.

قوة التفريق اللوني بدلالة معامل الانكسار (متابعة)

وبالمثل يكون للضوء الأحمر أصغر زاوية انحراف $\alpha_{\text{الصُّغرى}}$؛ لأن الضوء الأحمر يُواجِه أصغر تغيُّر في معامل الانكسار عند مروره بالمنشور. هذا يعني أن معامل انكسار الضوء الأحمر هو الأصغر من بين جميع معاملات الانكسار التي يُمكن أن يواجهها الضوء المرئي. سنُسمِّي معامل انكسار الضوء الأحمر $n_{\text{الأصغر}}$؛ حيث تُناظِر الزاوية الصُّغرى للانحراف معامل الانكسار الأصغر.



يوضِّح الشكل الآتي ذلك؛ حيث يكون لألوان الضوء المختلفة معاملات انكسار مختلفة.

قوة التفريق اللوني بدلالة معامل الانكسار (متابعة)

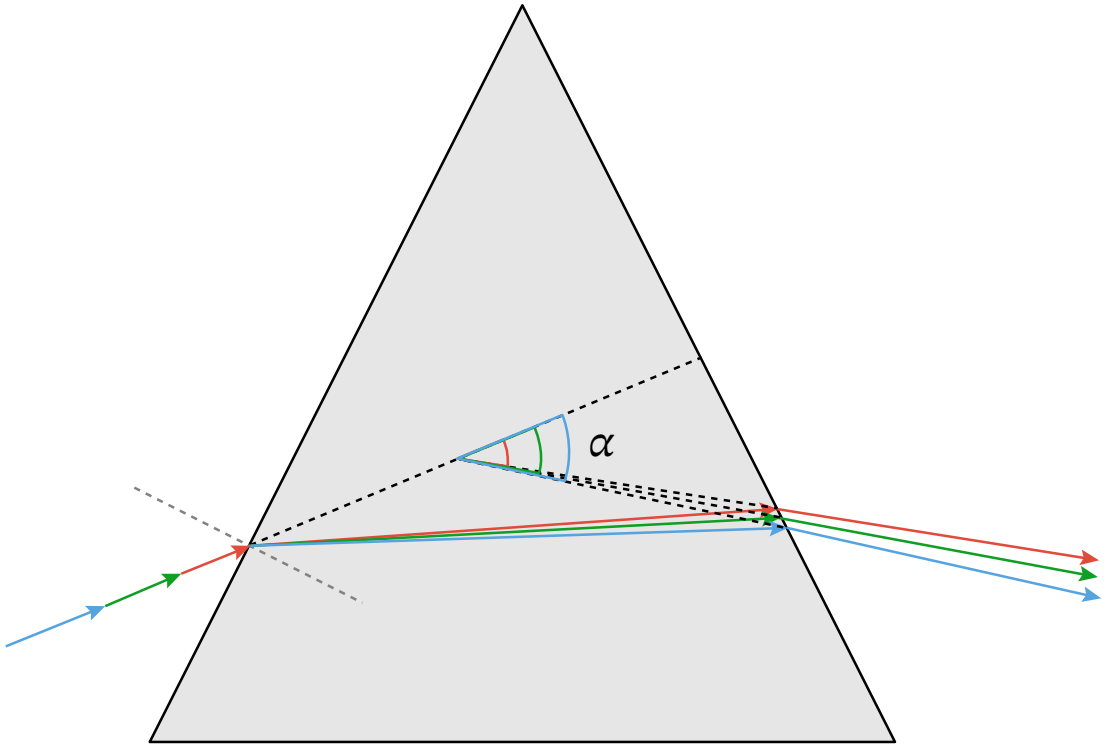
لكي نُعِيد كتابة معادلة قوة التفريق اللوني بدلالة معامل الانكسار بدلًا من زاوية الانحراف، لا يتطلَّب الأمر سوى أن نحذف $\alpha_{\text{العُظمى}}$، و نكتب بدلًا منه $n_{\text{الأعظم}}$، ونحذف $\alpha_{\text{الصُّغرى}}$، ونكتب بدلًا منها $n_{\text{الأصغر}}$. ولكن ثَمَّة خطوة إضافية صغيرة علينا تذكُّرها أيضًا.

يُمكن كتابة معادلة قوة التفريق اللوني للمنشور بدلالة معاملَيِ الانكسار الأعظم والأصغر على الصورة:

$$\omega_{\alpha} = \frac{n_{\text{الأعظم}} - n_{\text{الأصغر}}}{\left(\frac{n_{\text{الأعظم}} + n_{\text{الأصغر}}}{2}\right) - 1}.$$

يُمكننا ملاحَظة أن هذه المعادلة تُشبه إلى حدٍّ كبير المعادلة السابقة لقوة التفريق اللوني. الفرق بينهما هو أن علينا إضافة 1− في المقام. يمثِّل هذا اصطلاحًا يعني أن المناشير غالبًا مُحاطة بالهواء الذي يكون معامل انكساره قريبًا جدًّا من 1.

مثال ٢: تحديد العلاقة بين الطول الموجي وزاوية الانحراف



يمثِّل الشكل ضوءًا أحمر، وضوءًا أخضر، وضوءًا أزرق، ينحرف كلٌّ منها بالزاوية α بواسطة منشور.

أيٌّ من الآتي يَصِف بشكلٍ صحيح العلاقة بين الطول الموجي للضوء λ، والزاوية α؟

أ. كلما زاد λ، قلت α.

ب. كلما زاد λ، زادت α.

ج. λ، α غير مرتبطين.

مثال ٢ (متابعة)

الحل

نعلم أن الضوء الأحمر له أطول طول موجي من بين ألوان الضوء المرئي جميعها. ومن بين الألوان الموضَّحة على الشكل، اللون الذي له أقصر طول موجي هو الأزرق.

هذا يعني أن λ أكبر للضوء الأحمر، في حين يكون λ أصغر للضوء الأزرق. إذن بانتقالنا من الضوء الأحمر إلى الأخضر إلى الأزرق، يقلُّ λ.

يُمكننا أن نلاحِظ أيضًا أن انحراف الضوء الأحمر هو الأقلُّ من بين جميع الألوان في الشكل، وانحراف الضوء الأخضر أكبر قليلًا، أمَّا انحراف الضوء الأزرق فهو الأكبر. وهذا يعني أن أصغر قيمة لـ α، وهي زاوية الانحراف، تتحقَّق مع الضوء الأحمر. وتكون هذه الزاوية α، أكبر مع الضوء الأخضر، وتَصِل α إلى قيمتها العُظمى مع الضوء الأزرق.

بذلك نكون قد رأينا أنه بالانتقال من الضوء الأحمر إلى الضوء الأخضر إلى الضوء الأزرق، يقلُّ الطول الموجي λ، لكن تزداد زاوية الانحراف α. هذا يعني أنه إذا تحرَّكنا في الاتجاه الآخَر، من الضوء الأزرق إلى الضوء الأخضر إلى الضوء الأحمر، يزداد الطول الموجي λ، لكنْ تقلُّ زاوية الانحراف α.

مثال ٢ (متابعة)

يُمكننا تلخيص ما قلناه بالعبارة الآتية، وهي إجابتنا: كلما زاد λ، قلَّتْ α.

دعونا نلاحِظ هنا أننا نعرِف أيضًا أن معامل الانكسار n يزداد إذا زادتْ α، وينقص إذا نقصتْ. إذن نعرف أيضًا أنه كلما زاد λ، قلَّ n.

مثال ٣: حساب قوة التفريق اللوني من معامل الانكسار

تفرَّق ضوء أبيض بواسطة منشور. معامل انكسار المنشور للطول الموجي الأقصر للضوء الأبيض 1.48، معامل انكسار المنشور للطول الموجي الأطول للضوء الأبيض 1.44. ما قوة التفريق اللَّوني للمنشور؟ قرِّب إجابتك لأقرب ثلاث منازل عشرية.

الحل

في هذا السؤال مطلوبٌ منَّا إيجاد قوة التفريق اللوني لمنشور بمعلومية معاملَيِ انكسار الطول الموجي الأطول والأقصر للضوء.

علمنا أن معامل انكسار أطول طول موجي للضوء 1.44 في المنشور. وعلمنا أيضًا أن معامل انكسار أقصر طول موجي للضوء 1.48 في المنشور.

بالنسبة إلى الضوء الأبيض نعلم أن الضوء الأحمر له أطول طول موجي، ويُواجِه معامل الانكسار الأقلَّ، وأن الضوء البنفسجي له أقصر طول موجي، ويُواجِه معامل الانكسار الأكبر. هذا يعني أن بإمكاننا تحديد معامل الانكسار الأعظم والأصغر بالطريقة نفسها.

مثال ٣ (متابعة)

أطول طول موجي للضوء سيكون له معامل الانكسار الأصغر؛ لذا يُمكننا القول: إن $n_{\text{الأصغر}} = 1.44$. ونعلم أيضًا أن أقصر طول موجي للضوء سيكون له أكبر معامل انكسار؛ ومن ثَمَّ يُمكننا القول: إن $n_{\text{الأعظم}} = 1.48$.

يُمكننا أن نتذكَّر أن قوة التفريق اللوني للمنشور يُمكن حسابها بدلالة معامل الانكسار من المعادلة:

$$\omega_{\alpha} = \frac{n_{\text{الأعظم}} - n_{\text{الأصغر}}}{\left(\frac{n_{\text{الأعظم}} + n_{\text{الأصغر}}}{2}\right) - 1}.$$

لنحسب أولًا بسط هذا الكسر، وهو يساوي:

$$\begin{aligned} n_{\text{الأعظم}} - n_{\text{الأصغر}} &= 1.48 - 1.44 \\ &= 0.04. \end{aligned}$$

مثال ٣ (متابعة)

يُمكننا بعد ذلك حساب مقام الكسر، وهو يساوي:

$$\begin{aligned}\frac{n_{\text{الأعظم}} + n_{\text{الأصغر}}}{2} - 1 &= \frac{1.48 + 1.44}{2} - 1\\ &= \frac{2.92}{2} - 1\\ &= 1.46 - 1\\ &= 0.46.\end{aligned}$$

يُمكننا حساب قوة التفريق اللوني لهذا المنشور بالتعويض بهاتين القيمتين في المعادلة:

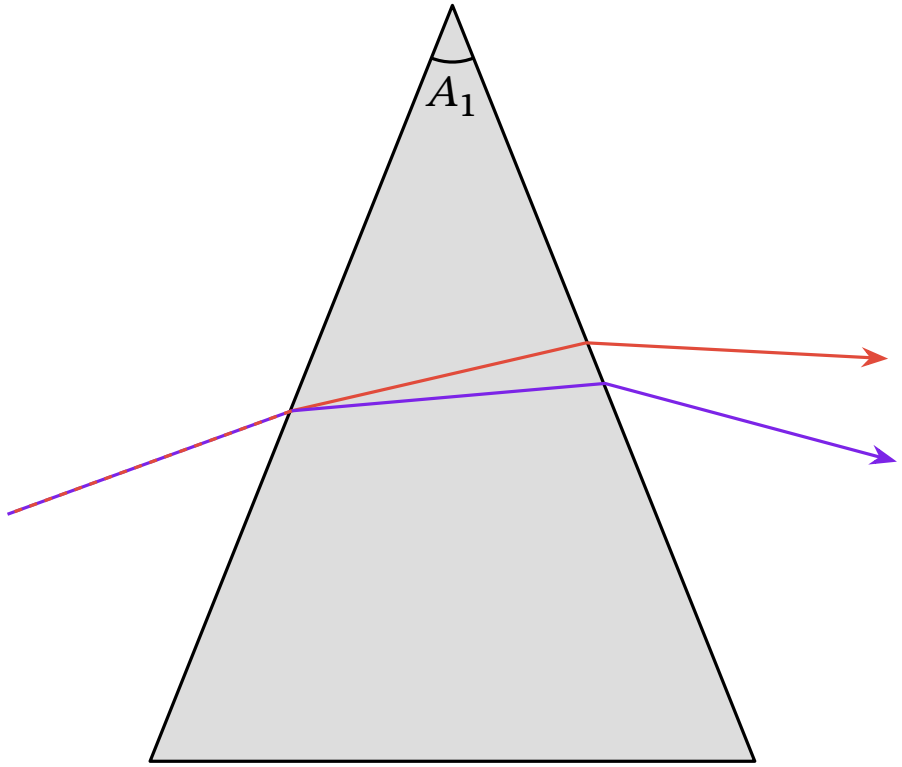
$$\begin{aligned}\omega_{\alpha} &= \frac{0.04}{0.46}\\ &= 0.0869565\ldots.\end{aligned}$$

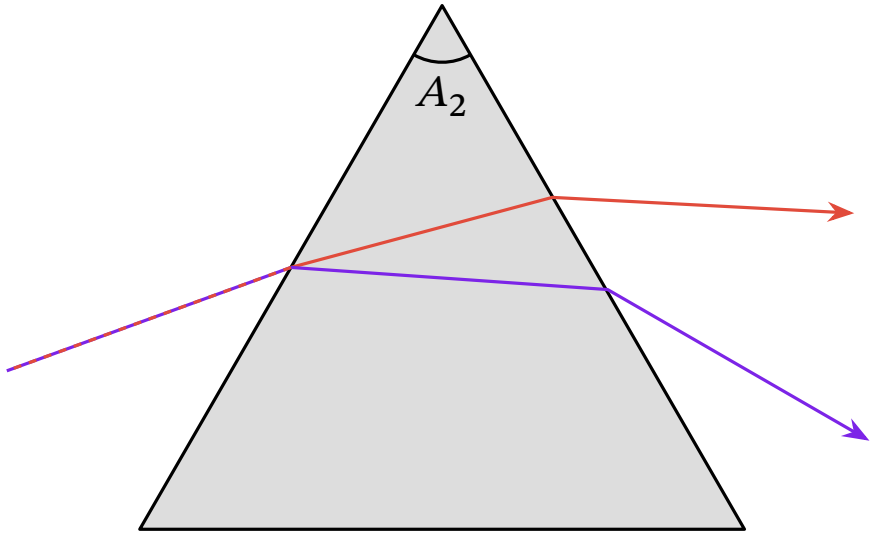
بما أن السؤال يطلب منَّا تقريب الناتِج لأقرب ثلاث منازل عشرية، تكون الإجابة النهائية هي أن قوة التفريق اللوني للمنشور هي:

$$\omega_{\alpha} = 0.087.$$

زاوية الرأس

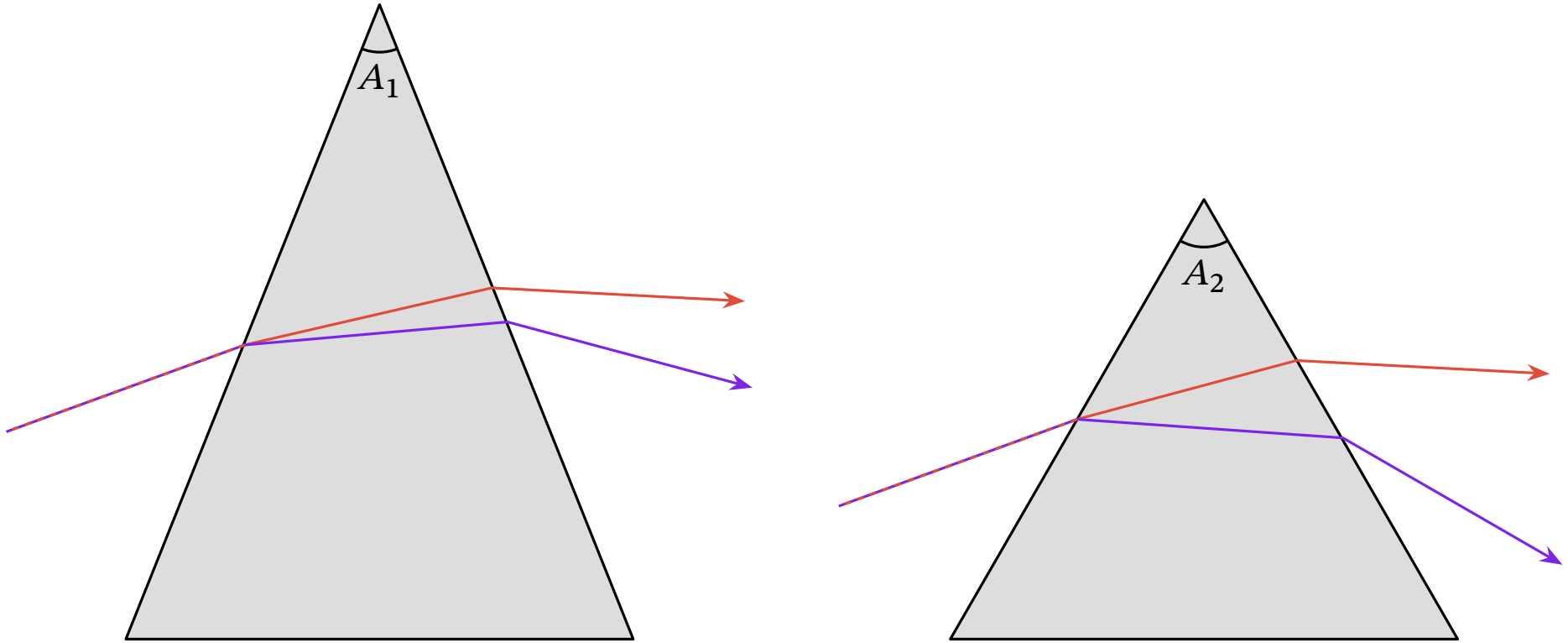
تذكَّر أن «زاوية رأس» المنشور هي الزاوية الموجودة عند قمة المنشور أو رأسه. في الشكل الآتي نرى منشورين لهما زاويتا رأس مختلفتان، هما A_1، A_2. لهذين المنشورين معامل الانكسار نفسه.





زاوية الرأس (متابعة)

المنشور الموجود على اليسار له زاوية رأس صغيرة، هي A_1، والمنشور الموجود على اليمين له زاوية رأس كبيرة، هي A_2. كلما زادتْ زاوية رأس المنشور، زادتْ زاوية الانحراف لكلِّ طول موجي من الضوء. هناك طريقة أخرى للتعبير عن ذلك، وهي أنه إذا زادتْ زاوية رأس المنشور، زاد متوسط زاوية الانحراف، $\alpha_{\text{المتوسطة}}$، أيضًا.



زاوية الرأس (متابعة)

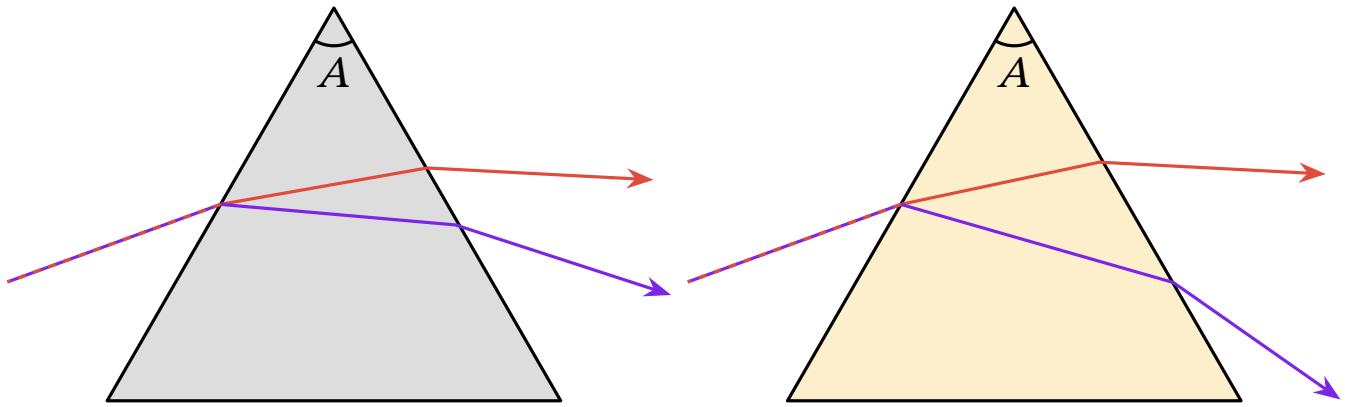
دعونا نرمز لمتوسط زاوية انحراف المنشور، ومتوسط معامل انكسار المنشور كالآتي:

$$\alpha_{\text{المتوسطة}} = \frac{\alpha_{\text{العُظمى}} + \alpha_{\text{الصُّغرى}}}{2},$$

$$n_{\text{المتوسط}} = \frac{n_{\text{الأعظم}} + n_{\text{الأصغر}}}{2}.$$

زاوية الرأس (متابعة)

في الشكل الآتي: لدينا منشوران لهما زاوية الرأس نفسها A، ولكن لهما معاملات انكسار مختلفة. وهذا موضَّح باللونين المختلفين للمنشورين.



يُمكننا أن نلاحِظ أنه إذا زاد معامل انكسار المنشور، تزداد زاوية انحراف الضوء أيضًا. إذا كان المنشور مصنوعًا من مادة مفرِّقة للضوء، وزدنا متوسط معامل الانكسار $n_{\text{المتوسط}}$، فإن متوسط زاوية الانحراف $\alpha_{\text{المتوسطة}}$، يزداد.

زاوية الرأس للمنشور الرقيق

من الآن فصاعدًا سنتناول «المنشور الرقيق»، وهو المنشور الذي تكون زاوية رأسه A، صغيرة. وفي هذا السياق فإن زاوية الرأس A، التي تساوي $10°$ تقريبًا أو أقلَّ تُعَدُّ صغيرة.

دعونا نفكِّر في الكمية $\frac{\alpha_{\text{المتوسطة}}}{n_{\text{المتوسط}} - 1}$ في حالة المنشور الرقيق. إذا أردنا زيادة هذه الكمية، فما الذي علينا تغييره في المنشور لجعل هذه الكمية أكبر؟

نعرف أنه إذا زاد $n_{\text{المتوسط}}$، فهذا يؤدِّي إلى زيادة $\alpha_{\text{المتوسطة}}$. لكننا نتعامل مع الكسر $\frac{\alpha_{\text{المتوسطة}}}{n_{\text{المتوسط}} - 1}$، وليس مع $\alpha_{\text{المتوسطة}}$ فقط. هذا يعني أنه إذا زاد $n_{\text{المتوسط}}$، فهذا يجعل $\alpha_{\text{المتوسطة}}$ أكبر، لكن الكسر الكلي لا يصبح أكبر؛ لأن زيادة مقام الكسر تجعل الكسر بأكمله أصغر. هذا يعني أن زيادة $n_{\text{المتوسط}}$ لا يُمكن أن تكون الإجابة.

زاوية الرأس للمنشور الرقيق (متابعة)

بدلًا من ذلك فإن الإجابة هي زاوية رأس المنشور A. فإذا زدنا A، فإن الكمية $\frac{\alpha_{\text{المتوسطة}}}{n_{\text{المتوسط}} - 1}$ ستزداد أيضًا. وفي الواقع إذا كان المنشور رقيقًا، يُمكننا بالفعل مساواة كلٍّ منهما بالآخَر:

$$A = \frac{\alpha_{\text{المتوسطة}}}{n_{\text{المتوسط}} - 1}.$$

هيَّا نتأكَّد من أن وحدات هذه المعادلة متَّسِقة. في الطرف الأيسر، A زاوية إذن وحدتها هي الدرجة. لدينا في الطرف الأيمن كسر. بسْطُ هذا الكسر هو متوسط زاوية الانحراف، وهي زاوية؛ ومن ثَمَّ وحدتها هي أيضًا الدرجة. مقام الطرف الأيمن هو متوسط معامل الانكسار، وهو عدد لا بُعد له أو ليس له وحدة. هذا يعني أن الطرف الأيمن من المعادلة وحدته الدرجة؛ لذا فإن جميع الوحدات في المعادلة متَّسِقة.

العلاقة بين زاوية الانحراف ومعامل الانكسار

رأينا أيضًا تعبيرين مختلفين لقوة التفريق اللوني للمنشور، واحدًا بدلالة زوايا الانحراف والآخَر بدلالة معامل الانكسار. وبما أن هذين التعبيرين متكافئان، يُمكننا دمجهما لإيجاد علاقة تربط زوايا الانحراف بمعامل الانكسار.

بذلك يصبح لدينا:

$$\omega_{\alpha} = \frac{\alpha_{\text{العُظمى}} - \alpha_{\text{الصُّغرى}}}{\left(\frac{\alpha_{\text{العُظمى}} + \alpha_{\text{الصُّغرى}}}{2}\right)} = \frac{n_{\text{الأعظم}} - n_{\text{الأصغر}}}{\left(\frac{n_{\text{الأعظم}} + n_{\text{الأصغر}}}{2}\right) - 1}.$$

يُمكننا إعادة كتابة ذلك بالترميز الجديد لمتوسط زاوية الانحراف ومتوسط معامل الانكسار. وبذلك يكون لدينا:

$$\omega_{\alpha} = \frac{\alpha_{\text{العُظمى}} - \alpha_{\text{الصُّغرى}}}{\alpha_{\text{المتوسطة}}} = \frac{n_{\text{الأعظم}} - n_{\text{الأصغر}}}{n_{\text{المتوسط}} - 1}.$$

دعونا نتناول الآن المعادلة الثانية هنا:

$$\frac{\alpha_{\text{العُظمى}} - \alpha_{\text{الصُّغرى}}}{\alpha_{\text{المتوسطة}}} = \frac{n_{\text{الأعظم}} - n_{\text{الأصغر}}}{n_{\text{المتوسط}} - 1},$$

ونضرب طرفَي المعادلة في $\alpha_{\text{المتوسطة}}$.

العلاقة بين زاوية الانحراف ومعامل الانكسار (متابعة)

نحصل على:

$$\alpha_{\text{العُظمى}} - \alpha_{\text{الصُّغرى}} = \alpha_{\text{المتوسطة}} \times \frac{n_{\text{الأعظم}} - n_{\text{الأصغر}}}{n_{\text{المتوسط}} - 1}.$$

يُمكننا إعادة كتابة الطرف الأيمن كما يأتي:

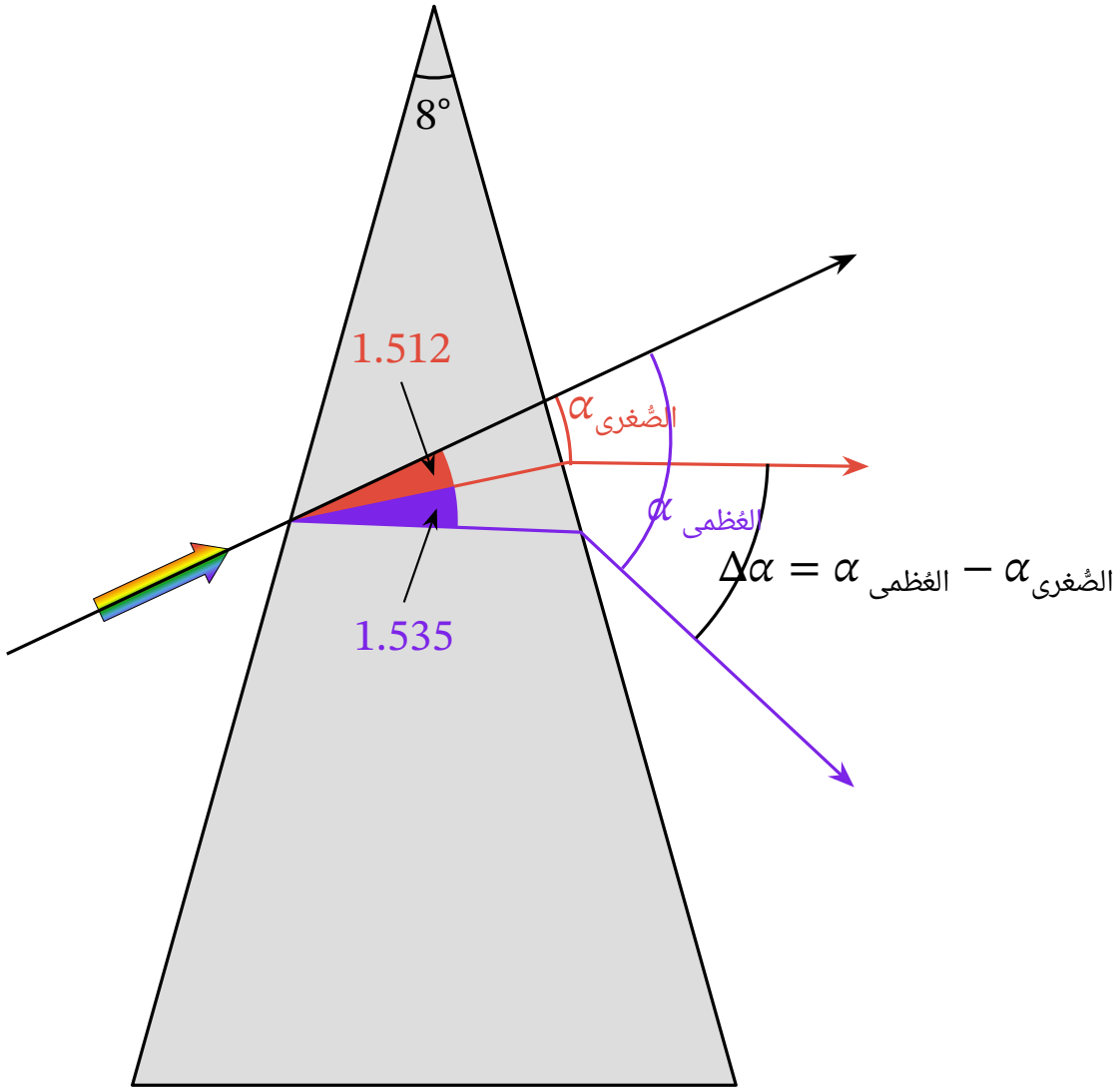
$$\begin{aligned}\alpha_{\text{العُظمى}} - \alpha_{\text{الصُّغرى}} &= \frac{\alpha_{\text{المتوسطة}}}{n_{\text{المتوسط}} - 1}\left(n_{\text{الأعظم}} - n_{\text{الأصغر}}\right) \\ &= A\left(n_{\text{الأعظم}} - n_{\text{الأصغر}}\right).\end{aligned}$$

في السطر الثاني هنا استخدمنا معادلة زاوية رأس المنشور A، بدلالة $\alpha_{\text{المتوسطة}}$ و$n_{\text{المتوسط}}$، وهذا لا ينطبق إلا على المنشور الرقيق؛ لذا نفترض أن A هنا صغيرة.

مثال توضيحي: المنشور الرقيق

افترض أن لدينا منشورًا زاوية رأسه 8°، وهي زاوية صغيرة بما يكفي لاعتبار المنشور رقيقًا. لهذا المنشور معاملات انكسار مختلفة للأطوال الموجية المختلفة للضوء التي تمرُّ عبر المنشور. معامل انكسار أطول طول موجي للضوء يساوي 1.512، ومعامل انكسار أقصر طول موجي للضوء يساوي 1.535. نُطلِق على الفرق بين زاوية الانحراف للشعاعين الأكثر انحرافًا والأقلِّ انحرافًا اللذين يمرَّان عبر المنشور «الانفراج الزاوي». ويُمكننا حسابه كما يأتي:

مثال توضيحي: المنشور الرقيق (متابعة)



يوضِّح الشكل الآتي انكسار الضوء في هذا المنشور الرقيق.

الانفراج الزاوي هو الفرق بين زاويتَي الانحراف العُظمى والصُّغرى في المنشور. نُسمِّي الانفراج الزاوي $\Delta\alpha$؛ حيث Δ هو الحرف اليوناني دلتا. نلاحِظ هنا أن $\Delta\alpha$ يجب أن تُقرَأ بوصفها كمية واحدة، فهي لا تمثِّل Δ ضرب α. هذا يعني أن $\Delta\alpha = \alpha_{\text{العُظمى}} - \alpha_{\text{الصُّغرى}}$.

مثال توضيحي: المنشور الرقيق (متابعة)

هيَّا نستخدِم المعادلة التي تربط بين معامل الانكسار والانفراج الزاوي، وهي $\alpha_{\text{الصُّغرى}} - \alpha_{\text{العُظمى}} = A\left(n_{\text{الأعظم}} - n_{\text{الأصغر}}\right)$. يُمكننا وضْع الانفراج الزاوي بدلَ الطرف الأيسر في هذه المعادلة، وهكذا يصبح لدينا:

$$\Delta\alpha = A\left(n_{\text{الأعظم}} - n_{\text{الأصغر}}\right).$$

يُمكننا الآن التعويض بالقِيَم المُعطاة، وهي $A = 8°$، $n_{\text{الأعظم}} = 1.535$، $n_{\text{الأصغر}} = 1.512$. هذا يعطينا:

$$\begin{aligned}\Delta\alpha &= 8° \times (1.535 - 1.512)\\ &= 8° \times (0.023)\\ &= 0.184°.\end{aligned}$$

هذا يعني أن الانفراج الزاوي للمنشور يساوي $\Delta\alpha = 0.184°$.

النقاط الرئيسية

- يُحلِّل المنشور الضوء الأبيض ويفرِّقه حسب الأطوال الموجية المختلفة لألوان الضوء المختلفة.
- يحدث تفريق الضوء هذا؛ لأن معامل انكسار المادة المصنوع منها المنشور يتغيَّر بتغيُّر الطول الموجي.
- يُمكن تحديد مقدار تفريق الضوء بواسطة المنشور باستخدام كمية تُسمَّى «قوة التفريق اللوني» للمنشور، ويُشار إليها بالرمز ω_α.
- إذا كانت $\alpha_{\text{العُظمى}}$ و$\alpha_{\text{الصُّغرى}}$ هما زاويتَا الانحراف العُظمى والصُّغرى لمختلف الأطوال الموجية للضوء الذي يمرُّ عبر المنشور، فإن:

$$\omega_\alpha = \frac{\alpha_{\text{العُظمى}} - \alpha_{\text{الصُّغرى}}}{\left(\frac{\alpha_{\text{العُظمى}} + \alpha_{\text{الصُّغرى}}}{2}\right)}.$$

النقاط الرئيسية (متابعة)

- إذا كان $n_{\text{الأعظم}}$ و$n_{\text{الأصغر}}$ هما معاملَا الانكسار الأعظم والأصغر لمختلف الأطوال الموجية المختلفة للضوء الذي يمرُّ عبر المنشور، فإن:

$$\omega_{\alpha} = \frac{n_{\text{الأعظم}} - n_{\text{الأصغر}}}{\left(\frac{n_{\text{الأعظم}} + n_{\text{الأصغر}}}{2}\right) - 1}.$$

- في المنشور الرقيق الذي له زاوية رأس صغيرة، هي A، يُمكننا ربط الانفراج الزاوي للمنشور بزاوية رأس المنشور ومعاملات انكسار المنشور باستخدام المعادلة:

$$\alpha_{\text{العُظمى}} - \alpha_{\text{الصُّغرى}} = A\left(n_{\text{الأعظم}} - n_{\text{الأصغر}}\right).$$