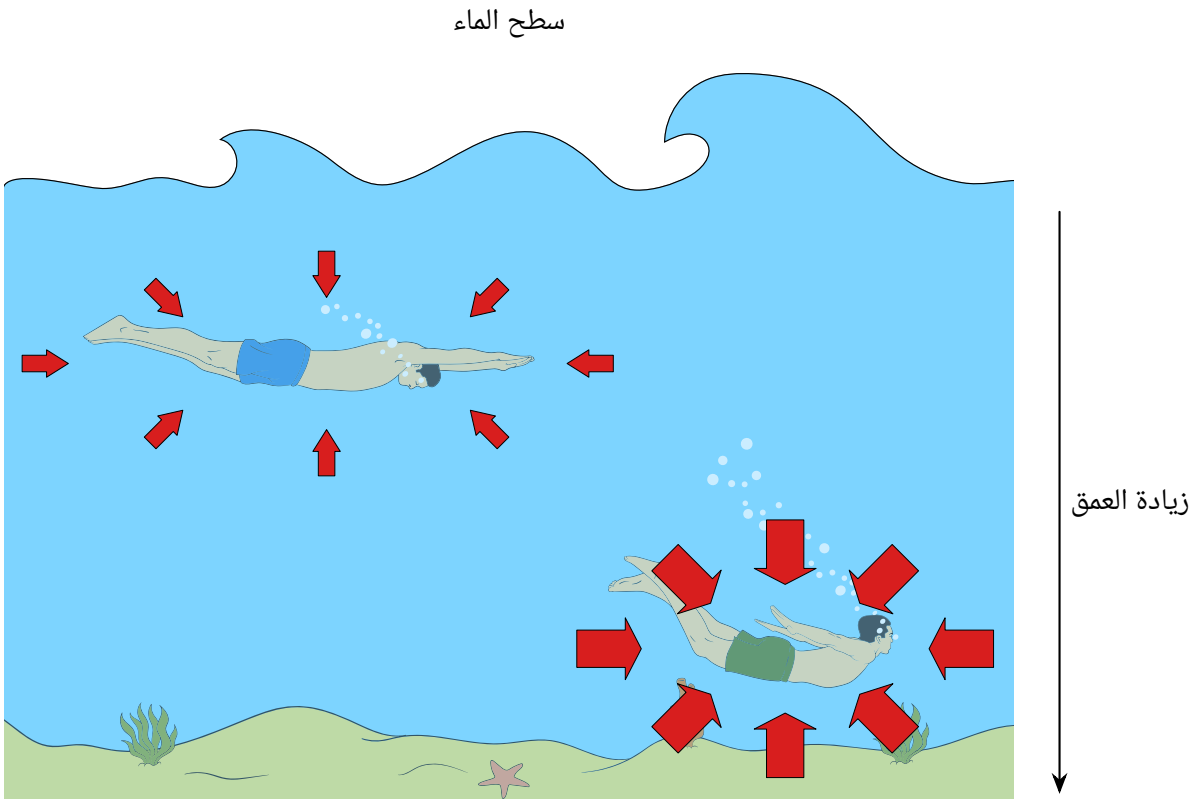
شارح: الضغط الناتج عن الموائع

في هذا الشارح، سوف نتعلَّم كيف نستخدم العلاقة $p = \rho g h$ لحساب الضغط الناتِج عن موائع مختلفة تؤثِّر الجاذبية عليها، عند أعماق مختلفة.

الضغط أحد خواص الموائع. يَنتج عن جميع السوائل والغازات ضغط؛ لأنها مكوَّنة من مادة لها وزن، ويُمكن أن تنساب لتملأ حجمًا.

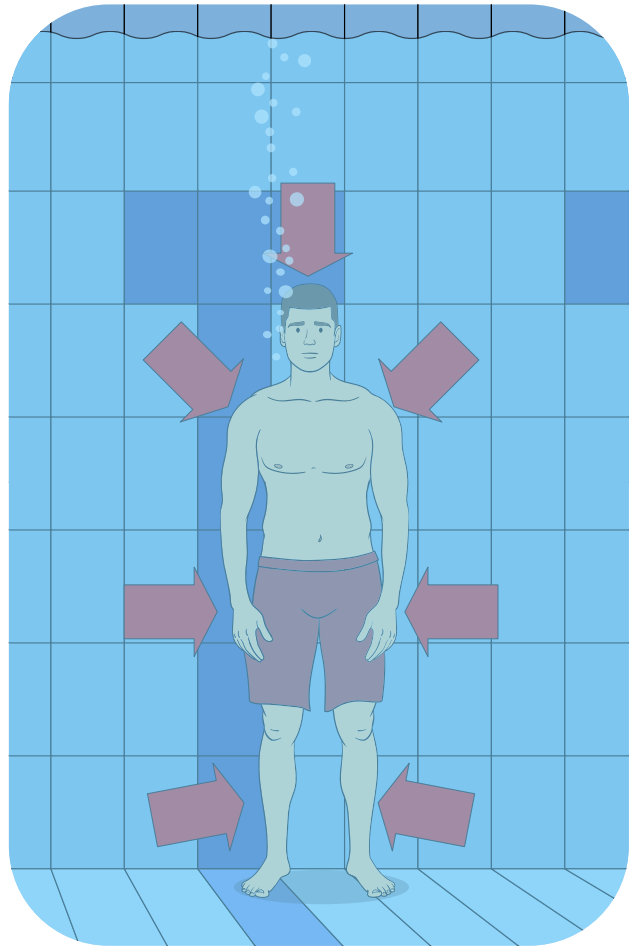
من الطُّرق التي يُمكننا من خلالها الإحساس بالضغط الناتِج عن مائعٍ الغوصُ في الماء. وعند تغيير العمق الذي نغوص به تحت سطح الماء، يُمكننا أن نشعر بالتغيُّر في الضغط. فكلما زاد العمق، زاد الضغط الذي يؤثِّر به الماء.



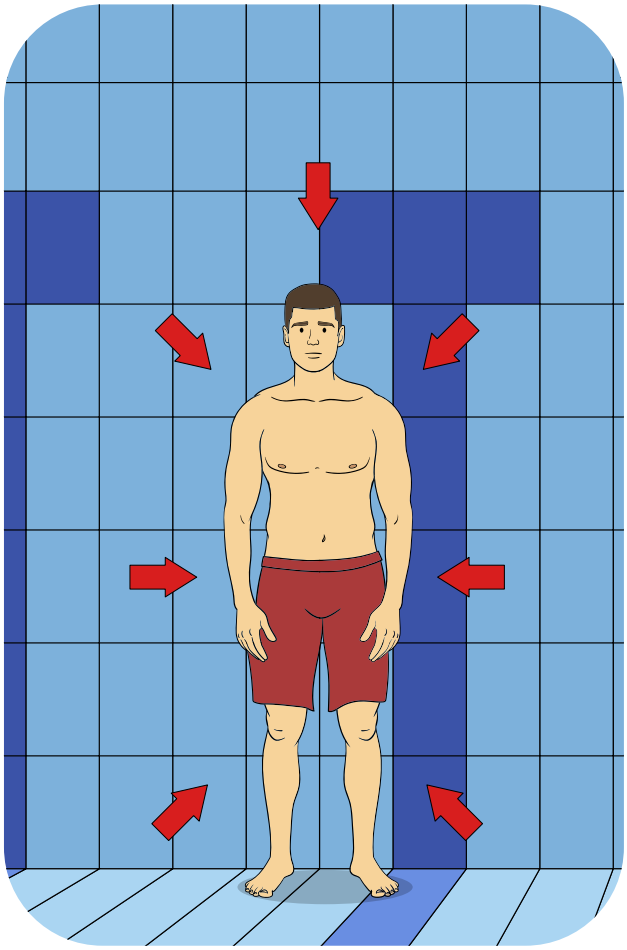
العمق أحد العوامل التي تؤثِّر على الضغط الناتِج عن المائع. وهناك عامل آخر، وهو كثافة المائع، ويُرمز إليها بالحرف اليوناني rho (ρ).

فكلما زادت كثافة المائع، زاد الضغط الذي يَنتج عنه. وهذا يفسِّر الاختلاف الذي نشعر به بين الضغط الناتِج عن عدَّة أمتار من الهواء، وعدَّة أمتار من الماء.

الماء

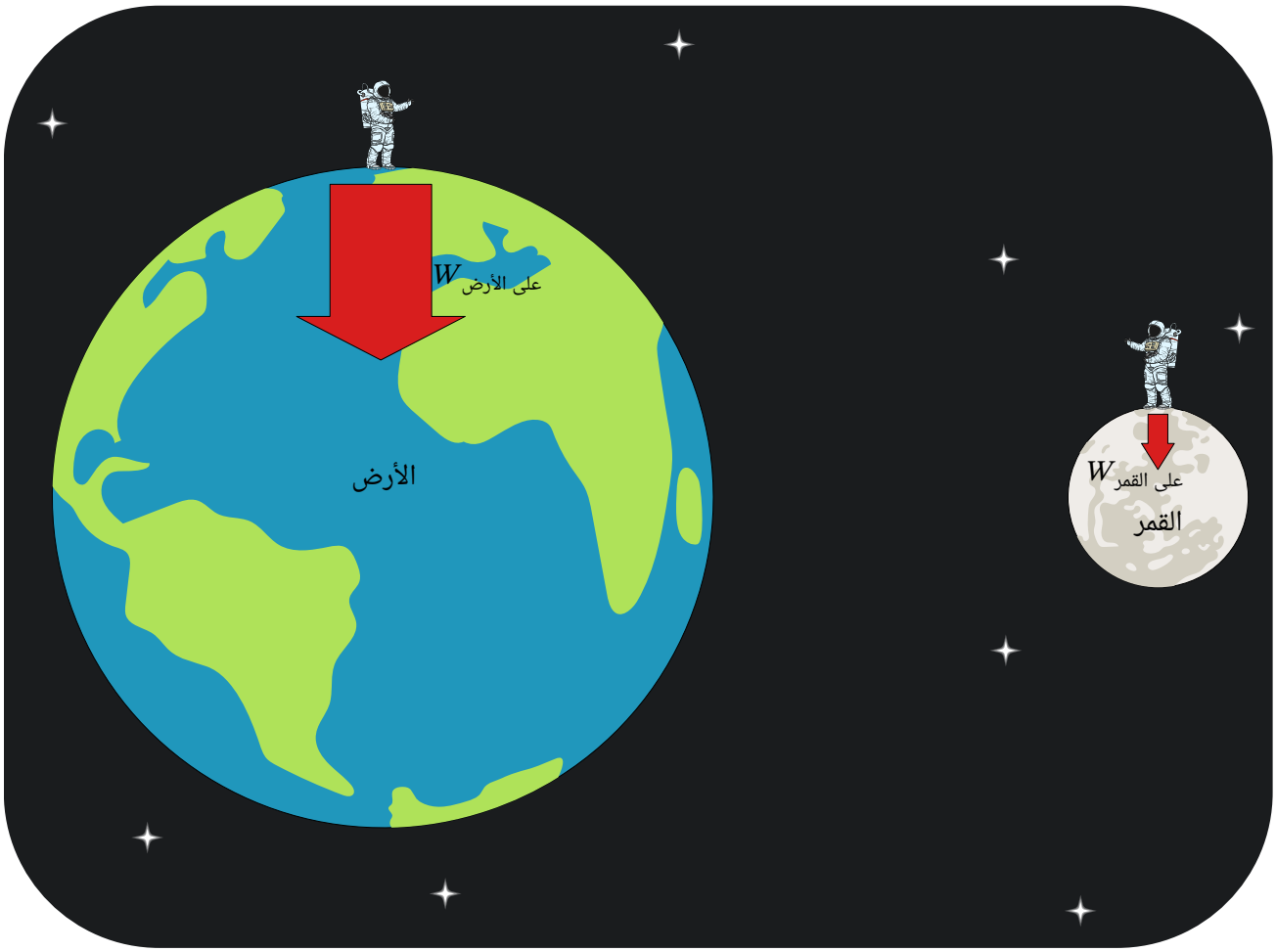


الهواء



يَنتج عن كلِّ مائع ضغط، لكن بما أن كثافة الماء أكبر من كثافة الهواء، فإن الضغط الناتِج عنه عند نفس العمق يكون أكبر.

العامل الأخير الذي يؤثِّر على الضغط الناتِج عن المائع هو عجلة الجاذبية (g). فنحن نعلم أن الاختلاف في شدة مجال الجاذبية؛ ومن ثَمَّ في عجلة الجاذبية، سيتسبَّب في أن يختلف وزنا جسمين لهما الكتلة نفسها.



فالشخص الذي يَقِف على الأرض، على سبيل المثال، سيكون وزنه على الأرض أكبر من وزنه إذا كان يَقِف على القمر. وسيتسبَّب هذا الاختلاف في اختلاف في الضغط الناتِج عن المائع. فيختلف الضغط الناتِج عن مائع معيَّن على الأرض عن ضغط المائع نفسه عند العمق نفسه إذا كان يقع في منطقة لها شدة مجال جاذبية مختلف.

يُمكن جمع هذه العوامل: عمق المائع (h)، والكثافة (ρ)، وعجلة الجاذبية (g) لصياغة علاقة رياضية لإيجاد الضغط الناتِج عن مائع.

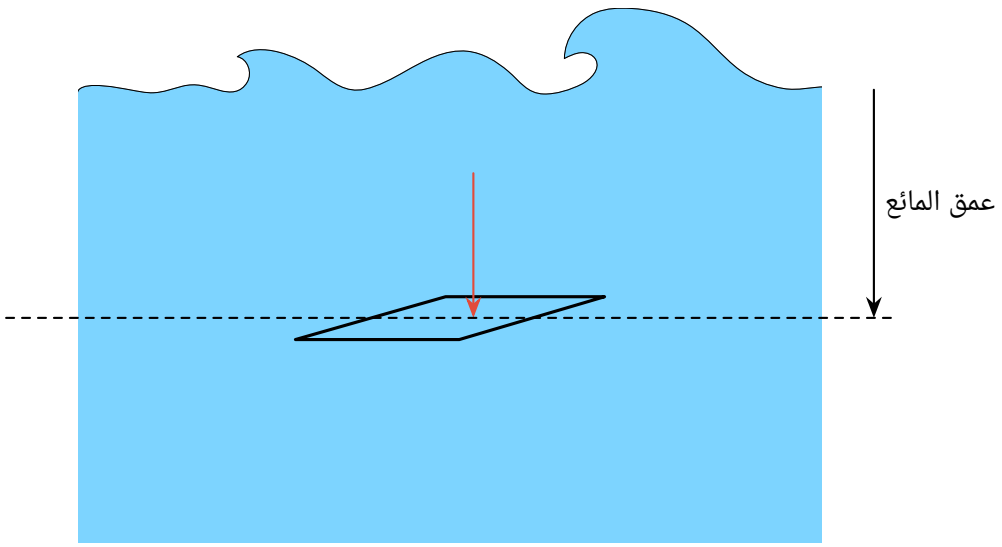
صيغة: الضغط الناتِج عن مائع

إذا كان الضغط الناتِج عن مائع كثافته ρ عند العمق h في مجال جاذبية شدته g هو p، إذن:

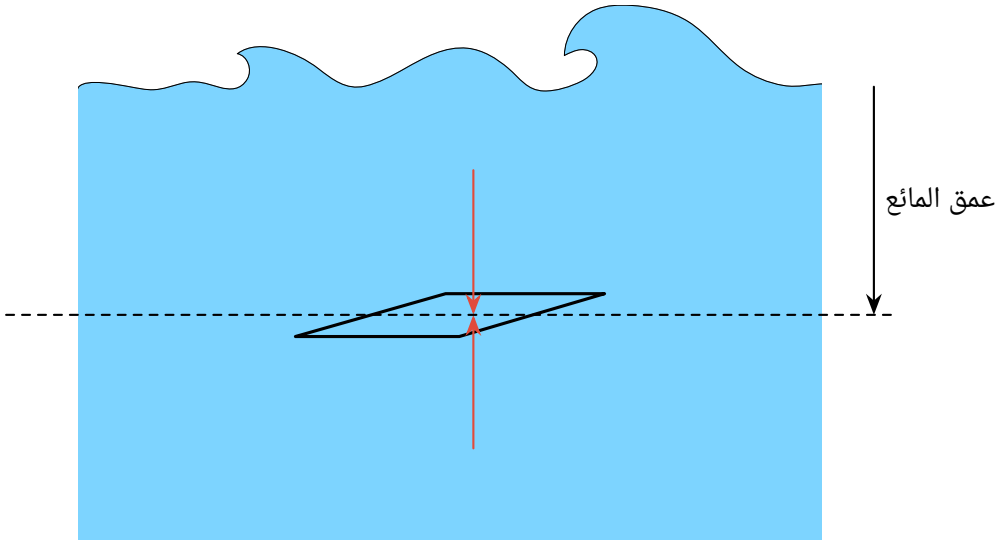
$$p = \rho g h.$$

وحدة قياس الضغط في النظام الدولي للوحدات هي الباسكال (Pa)، وتساوي نيوتن واحدًا من القوة لكل متر مربع واحد من المساحة (N/m^2). إذا كانت كثافة المائع مُعطاة بوحدة كيلوجرام لكل متر مكعب (kg/m^3)، والعمق مُعطًى بوحدة المتر (m)، وعجلة الجاذبية المحيطة مُعطاة بوحدة متر لكل ثانية مربعة (m/s^2)، فسيكون ضغط المائع p بوحدة الباسكال.

من بين السمات الجديرة بالملاحَظة فيما يتعلَّق بالضغط الناتِج عن مائع أنه ليس له اتجاه مرتَبِط به. إذا تخيَّلنا سطحًا أفقيًّا مغمورًا في مائع، فسندرك بديهيًّا أن ضغط المائع يؤثِّر على السطح نحو الأسفل.



المفاجئ في الأمر، أن الضغط له نفس التأثير على السطح أيضًا نحو الأعلى.



فبالفعل عند أيِّ نقطة داخل المائع، يؤثِّر الضغط بالتساوي في جميع الاتجاهات. ولهذا السبب لن يتحرَّك الجسم المغمور في أيِّ اتجاه، إلا إذا تسبَّب وزنه وقُوى الطفو في أن يَغرَق أو يطفو. سيتساوى الضغط المؤثِّر على الجسم في جميع الاتجاهات، ولن يؤثِّر على حركة الجسم.

مثال ١: حساب ضغط الماء على غوَّاص

يغوص غوَّاص سكوبا إلى عمق 1.25 m تحت سطح البحر. كثافة ماء البحر 1 025 kg/m^3. ما الضغط الذي يؤثِّر به الماء على الغوَّاص، لأقرب باسكال؟

الحل

لحساب الضغط الذي يؤثِّر به الماء على الغوَّاص، علينا معرفة العمق الذي وصل إليه الغوَّاص، وكثافة الماء، وعجلة الجاذبية.

الغوَّاص عند عمق 1.25 m، ونعلم من المُعطيات أن كثافة الماء 1 025 kg/m^3. ويُمكننا أن نستخدم قيمة عجلة الجاذبية 9.8 m/s^2.

الضغط الذي يؤثِّر به الماء على الغوَّاص يساوي حاصل ضرب هذه القِيَم الثلاث:

$$\begin{aligned} p &= (1\,025\ \text{kg/m}^3) \times (9.8\ \text{m/s}^2) \times (1.25\ \text{m}) \\ &= 12\,556.25\ \text{Pa}. \end{aligned}$$

بتقريب هذه النتيجة لأقرب باسكال، ستكون الإجابة 12 556 Pa.

مثال ٢: إيجاد عجلة الجاذبية بمعلومية ضغط المائع

تحتوي بركة على سطح كوكب مجهول سائلًا كثافته 1 000 kg/m^3، يؤثِّر السائل بضغط مقداره 8 400 Pa عند عمق 2.4 m من السطح. ما عجلة الجاذبية على سطح هذا الكوكب؟

الحل

المعادلة التي تربط كلًّا من ضغط المائع (p)، والعمق (h)، والكثافة (ρ)، وعجلة الجاذبية (g) هي:

$$p = \rho g h.$$

في هذا المثال، ليس المطلوب منَّا إيجاد p، بل إيجاد g، ومن ثَمَّ نقسم طرفَي المعادلة على ρ مضروبًا في h:

$$\frac{p}{\rho \times h} = g.$$

بتبديل موضعي الطرفين الأيمن والأيسر، نحصل على:

$$g = \frac{p}{\rho \times h}.$$

في هذه الحالة، g هي عجلة الجاذبية على سطح الكوكب المجهول. ونُوجد قيمة g بالتعويض بالقِيَم المعلومة لكلٍّ من ضغط المائع، والعمق والكثافة:

$$\begin{aligned} g &= \frac{8\,400\ \text{Pa}}{1\,000\ \text{kg/m}^3 \times 2.4\ \text{m}} \\ &= 3.5\ \text{m/s}^2. \end{aligned}$$

إذن عجلة الجاذبية على الكوكب المجهول هي $3.5\ \text{m/s}^2$.

مثال ٣: حساب الضغط في سوائل ذات كثافات مختلفة

أُسقِطت كرتان متماثلتان من الصلب في السائلين المختلفين A، B. كثافة السائل A تساوي $1\,200\ \text{kg/m}^3$، وكثافة السائل B تساوي $1\,500\ \text{kg/m}^3$. كم مثلًا يجب أن يساوي العمق الذي تَصِل إليه الكرة الأولى في السائل A من العمق الذي تَصِل إليه الكرة الثانية في السائل B ليتعرَّضا لنفس الضغط؟

الحل

بتذكُّر أن ضغط المائع يتناسب طرديًّا مع كثافة المائع، نعلم أن الكرة في هذه الحالة يجب أن تسقط إلى عمقٍ أكبر في السائل A مقارنة بالسائل B لكي تتعرَّضا للضغط نفسه في الحالتين.

العلاقة الرياضية التي تربط بين ضغط المائع p، والعمق h، والكثافة ρ، وعجلة الجاذبية الأرضية g هي:

$$p = \rho g h.$$

وبما أننا نتعامل مع مائعين مختلفين، وهما السائل A، والسائل B، فيُمكننا كتابة تعبير لضغط المائع لكلٍّ منهما:

$$\begin{aligned} p_A &= \rho_A g h_A, \\ p_B &= \rho_B g h_B. \end{aligned}$$

نحتاج إلى أن يكون هذان الضغطان متساويين، هذا يعني أن:

$$p_A = p_B.$$

إذن:

$$\rho_A g h_A = \rho_B g h_B.$$

لاحِظ أن عجلة الجاذبية g مُشترَكة في طرفَي المعادلة، ويُمكننا قسمة الطرفين عليها لحذفها:

$$\rho_A h_A = \rho_B h_B.$$

المطلوب منَّا في السؤال معرفة كم مثلًا يجب أن تَصِل الكرة عمقًا في السائل A لكي تتعرَّض لنفس الضغط في السائل B. يُمكن التعبير عن هذه القيمة في صورة النسبة $\frac{h_A}{h_B}$. في المعادلة السابقة، يُمكننا إيجاد قيمة هذا الكسر بقسمة المعادلة كلها على h_B وعلى ρ_A:

$$\frac{h_A}{h_B} = \frac{\rho_B}{\rho_A}.$$

إذن إجابة هذا السؤال تساوي نسبة كثافة السائل B إلى السائل A. بالتعويض بهذه القِيَم:

$$\begin{aligned}\frac{h_A}{h_B} &= \frac{1\,500\ \text{kg/m}^3}{1\,200\ \text{kg/m}^3}\\ &= 1.25.\end{aligned}$$

يجب أن تغوص الكرة في السائل A لعمق يبلغ 1.25 مثل من العمق في السائل B لكي تتعرَّض لنفس الضغط.

مثال ٤: إيجاد كثافة مائع بمعلومية الضغط والعمق

الضغط الذي يؤثِّر به سائل عند عمق 2.5 m يساوي 36 750 Pa. ما كثافة السائل، لأقرب كيلوجرام لكل متر مكعب؟

الحل

المعادلة التي تربط كثافة المائع (ρ)، والضغط (p)، والعمق (h)، وعجلة الجاذبية (g) معًا هي:

$$p = \rho g h.$$

في هذا المثال، علينا إيجاد كثافة السائل. للبدء في ذلك، يُمكننا قسمة طرفَي المعادلة السابقة على g مضروبًا في h:

$$\frac{p}{g \times h} = \rho.$$

وبتبديل الطرفين الأيسر والأيمن، نحصل على:

$$\rho = \frac{p}{g \times h}.$$

نعلم من مُعطيات السؤال قيمة الضغط p، وعمق المائع h، ويُمكننا أن نتذكَّر أن عجلة الجاذبية بالقرب من سطح الأرض تساوي $9.8\ \text{m/s}^2$.

بالنظر إلى وحدة الضغط الباسكال (Pa)، نتذكَّر أن باسكال واحدًا يكافئ نيوتن لكل متر مربع (N/m^2). علاوةً على ذلك، نيوتن واحد يكافئ كيلوجرام متر لكل ثانية مربعة $(\text{kg}\cdot\text{m/s}^2)$.

وبالتعويض بالقِيَم الثلاث المعلومة في معادلة إيجاد الكثافة، واستخدام الوحدات الأساسية للنظام الدولي للوحدات في كل حالة، نحصل على:

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{36\,750\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2/\text{m}^2}{9.8\ \text{m/s}^2 \times 2.5\ \text{m}} \\ &= 1\,500\ \text{kg/m}^3.\end{aligned}$$

إذن كثافة السائل تساوي $1\,500\ \text{kg/m}^3$.

مثال ٥: حساب القوة الكلية المؤثِّرة بفعل الضغط

يُوجَد هيكل قارب غارق في قاع البحر، عند عمق $12\ \text{m}$ تحت سطح البحر؛ حيث متوسط كثافة ماء البحر يساوي $1\,025\ \text{kg/m}^3$. مساحة سطح الهيكل تساوي $15\ \text{m}^2$. ما القوة الكلية التي يؤثِّر بها الماء على هيكل القارب؟

الحل

لكي نُوجِد القوة الكلية المؤثِّرة على هيكل القارب، يجب أن نعرف الضغط المؤثِّر على الهيكل، وكذلك مساحة سطحه. وهذا، بوجهٍ عام، لأن الضغط يساوي مقدارًا من القوة موزَّعًا على مساحة معيَّنة:

$$p = \frac{F}{A}.$$

وبما أنه علينا، في هذه الحالة، إيجاد القوة F، إذن يُمكننا إعادة ترتيب المعادلة السابقة لنحصل على:

$$F = p \times A.$$

أيْ إن القوة الكلية المؤثِّرة على الهيكل تساوي ضغط المائع المؤثِّر عليه مضروبًا في مساحته.

يُمكن كتابة الضغط الذي يؤثِّر به ماء البحر على الهيكل باستخدام معادلة تتضمن الضغط p، وكثافة المائع ρ، وعمق المائع h، وعجلة الجاذبية g على النحو الآتي:

$$p = \rho g h.$$

بالتعويض بهذا المقدار لإيجاد الضغط في معادلة إيجاد القوة F:

$$F = (\rho g h) \times A.$$

في هذا السؤال، علمنا أن كثافة ماء البحر تساوي $1\,025\ \text{kg/m}^3$، وأن الهيكل يُوجَد على عمق $12\ \text{m}$ تحت سطح الماء، وأن مساحة سطحه تساوي $15\ \text{m}^2$. يُمكننا أيضًا أن نتذكَّر أن عجلة الجاذبية بالقرب من سطح الأرض تساوي $9.8\ \text{m/s}^2$.

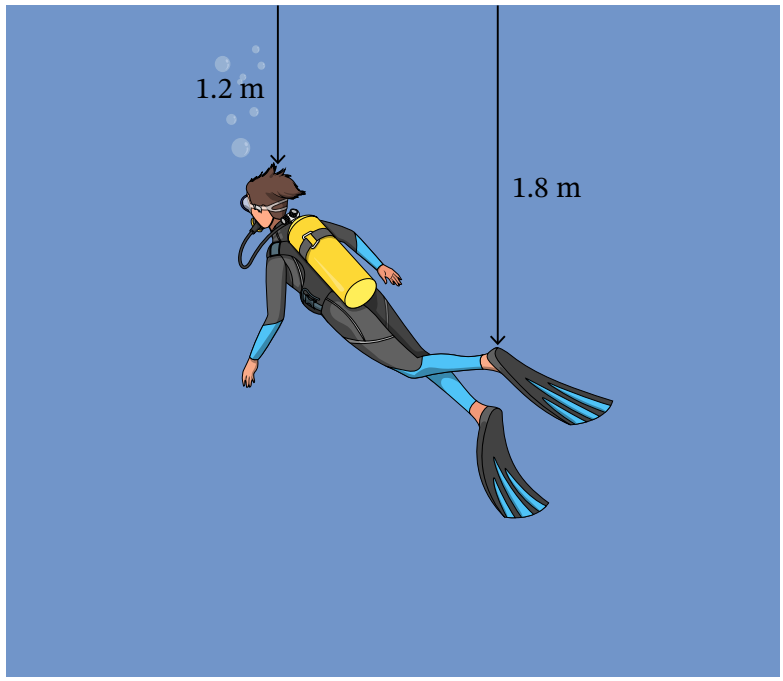
بالتعويض بهذه القِيَم في معادلة إيجاد القوة، نحصل على:

$$\begin{aligned} F &= (1\,025\ \text{kg/m}^3) \times (9.8\ \text{m/s}^2) \times (12\ \text{m}) \times (15\ \text{m}^2) \\ &= 1\,808\,100\ \text{N}. \end{aligned}$$

إذن القوة الكلية المؤثِّرة على هيكل القارب الغارق تساوي 1 808 100 N.

مثال ٦: تحديد فرق الضغط على الأجزاء المختلفة من جسم غوَّاص

يسبح غوَّاص في ماء كثافته $1\,015\ \text{kg/m}^3$، كما هو موضَّح في الشكل. ما الفرق بين ضغط الماء عند رأس الغوَّاص وعند قدمَيهِ؟ قرِّب إجابتك لأقرب باسكال.



الحل

يوضِّح لنا الشكل أن رأس الغوَّاص يقع عند عمق 1.2 m، وقدماه تقعان عند عمق 1.8 m تحت سطح الماء.

نتذكَّر أن الضغط p الناتِج عن مائع يُعطَى بالمعادلة الآتية:

$$p = \rho g h$$

حيث ρ كثافة المائع، g عجلة الجاذبية، h عمق المائع.

وبما أن الضغط يتناسب طرديًّا مع العمق، فإننا نعرف أن الضغط عند قدمي الغواص سيكون أكبر من الضغط عند رأسه.

لنُطلقْ على الفرق في الضغط بين هذين العمقين Δp، ومن ثَمَّ يُمكننا أن نكتب:

$$\Delta p = \rho g \Delta h$$

حيث Δh الفرق في العمق بين رأس الغوَّاص وقدمَيْه. وهذا الفرق يساوي $1.8\ \text{m}$ ناقص $1.2\ \text{m}$؛ أيْ إن:

$$\Delta h = 0.6\ \text{m}.$$

وبما أن كثافة الماء تساوي $1\,015\ \text{kg/m}^3$، وعجلة الجاذبية تساوي $9.8\ \text{m/s}^2$، إذن:

$$\begin{aligned}\Delta p &= (1\,015\ \text{kg/m}^3) \times (9.8\ \text{m/s}^2) \times (0.6\ \text{m}) \\ &= 5\,968.2\ \text{Pa}.\end{aligned}$$

بتقريب هذا الناتِج لأقرب باسكال، ستكون الإجابة هي أن الفرق في الضغط بين رأس الغوَّاص وقدمَيْه يساوي $5\,968\ \text{Pa}$.

النقاط الرئيسية

- جميع الموائع، السوائل والغازات، يَنتج عنها ضغط.
- الضغط يساوي القوة مقسومة على المساحة.
- إذ كان لدينا مائع كثافته ρ، ويقع على عمق h، ويتعرَّض لعجلة الجاذبية g، فإننا نعبِّر عن الضغط p الناتِج عن هذا المائع بالمعادلة: $p = \rho g h$.