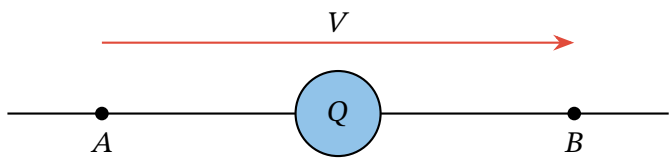
شارح: حفظ الطاقة في الدوائر الكهربية

في هذا الشارح، سوف نتعلَّم كيف نُطبِّق قانونَي كيرشوف على الدوائر الكهربية لإيجاد قيم شدة التيار وفروق الجهد في هذه الدوائر.

نبدأ بالتعرُّف على ما نعنيه بالطاقة في الدوائر الكهربية. ربما اعتدنا على الطاقة في أشكال أخرى، مثل الطاقة الميكانيكية، لكن ماذا نعني بالطاقة في الدائرة الكهربية؟

افترض وجود نقطتين في دائرة كهربية، النقطة A والنقطة B، فرق الجهد بينهما V، وينتج عن مجال كهربي؛ حيث يكون للنقطة A جهد أكبر من النقطة B. والآن، افترض وجود الشحنة الموجبة، Q، عند النقطة A. سيؤدِّي فرق الجهد إلى تحرُّك الشحنة من النقطة A إلى النقطة B، كما هو موضَّح في الشكل الآتي:



تتحرَّك الشحنة بسبب تأثير قوة ناتجة عن فرق الجهد على الشحنة، وتبذل شغلًا عليها أثناء تحرُّكها. يساوي الشغل المبذول على الشحنة، E، الشحنة مضروبة في فرق الجهد بين النقطتين:

$$E = QV.$$

عندما تتحرَّك الشحنة من فرق جهد أعلى إلى فرق جهد أقل، تتحوَّل الطاقة من صورة طاقة الجهد الكهربي إلى صور أخرى من الطاقة.

في الدوائر الكهربية، نستطيع تناوُل كمية الشحنة، Q، التي تحرَّكت مرورًا بنقطةٍ ما خلال فترة زمنية، t. تذكَّر أن شدة التيار في دائرة كهربية، I، تساوي كمية الشحنة التي مرَّت عبر النقطة في الدائرة الكهربية مقسومة على الزمن:

$$I = \frac{Q}{t}.$$

يمكن إعادة ترتيب هذه المعادلة، لنحصل على تعبير لإيجاد الشحنة التي مرت عبر هذه النقطة في الدائرة الكهربية:

$$Q = It.$$

يمكننا التعويض بهذا المقدار في معادلة الطاقة الكهربية:

$$E = ItV,$$

ثم يمكننا قسمة طرفَي المعادلة على t:

$$\frac{E}{t} = IV.$$

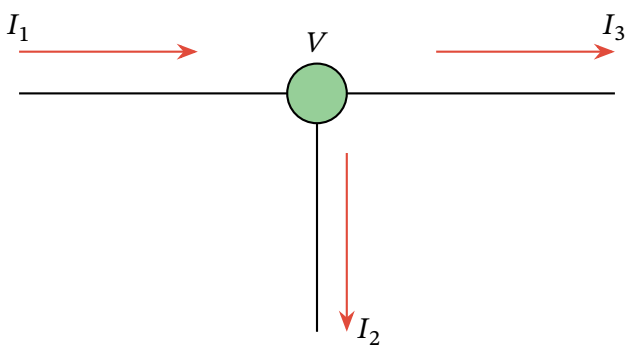
هذا هو مقدار الطاقة التي تستهلكها الدائرة الكهربية لكل وحدة زمن، ويُعرَف أيضًا باسم القدرة:

$$P = IV.$$

في الدوائر الكهربية، تُحفظ الطاقة؛ أي إنه لا يمكن للدائرة أن تستحدث طاقة أو تفنيها تلقائيًا. ولكن، يمكن أن تتحوَّل الطاقة الكهربية إلى صور أخرى من الطاقة بين نقطتين في الدائرة لهما جهد مختلف (عبر مقاومة على سبيل المثال).

نتناول موضعًا في الدائرة الكهربية تنقسم عنده الدائرة إلى مسارين. نُطلِق على الموضع الذي تنقسم الدائرة عنده أو تتجمَّع فيه «النقطة».

يوضِّح الشكل الآتي هذه النقطة في دائرة كهربية؛ حيث يدخل التيار I_1 إلى النقطة، ويخرج التياران I_2 وI_3 منها:



تساوي كمية الطاقة الداخلة إلى النقطة لكل وحدة زمن؛ أي القدرة الداخلة، مجموع شدة التيارات الداخلة إلى النقطة مضروبة في جهد النقطة، V:

$$P_{\text{الداخلة}} = I_1V.$$

تساوي كمية الطاقة الخارجة من العقدة لكل وحدة زمن، مجموع شدة التيارات الخارجة من النقطة مضروبة في جهد النقطة:

$$P_{\text{الخارجة}} = (I_2 + I_3)V.$$

الطاقة في النقطة محفوظة، هذا يعني أن القدرة الداخلة إلى النقطة تساوي القدرة الخارجة منها:

$$P_{\text{الداخلة}} = P_{\text{الخارجة}}.$$

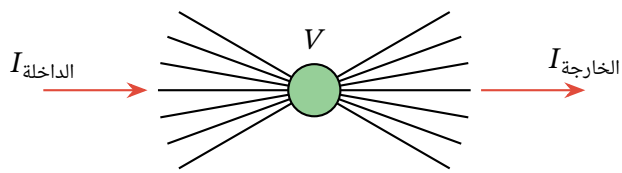
ويمكن التعبير عن ذلك بدلالة شدة التيار والجهد من خلال المعادلة الآتية:

$$I_1 V = (I_2 + I_3) V.$$

يمكننا قسمة طرفَي هذه المعادلة على V، لنحصل على معادلة لشدة التيارات الداخلة إلى النقطة والخارجة منها:

$$I_1 = I_2 + I_3.$$

تخيَّل الآن نقطة تتضمَّن العديد من التيارات الداخلة إليها والخارجة منها:



مرة أخرى، يمكننا حساب القدرة الداخلة إلى النقطة:

$$P_{\text{الداخلة}} = \left(I_{1,\text{الداخلة}} + I_{2,\text{الداخلة}} + \cdots\right) V.$$

وبالمثل، يمكننا حساب القدرة الخارجة من النقطة:

$$P_{\text{الخارجة}} = \left(I_{1,\text{الخارجة}} + I_{2,\text{الخارجة}} + \cdots\right) V.$$

بما أن الطاقة محفوظة، إذن:

$$P_{\text{الداخلة}} = P_{\text{الخارجة}}.$$

بالتعويض بمقدارَي $P_{\text{الداخلة}}$ و$P_{\text{الخارجة}}$:

$$\left(I_{1,\text{الداخلة}} + I_{2,\text{الداخلة}} + \cdots\right) V = \left(I_{1,\text{الخارجة}} + I_{2,\text{الخارجة}} + \cdots\right) V,$$

ثم بقسمة الطرفين على V، نحصل على معادلة تربط بين شدة التيارات الداخلة إلى النقطة والخارجة منها:

$$I_{1,\text{الداخلة}} + I_{2,\text{الداخلة}} + \cdots = I_{1,\text{الخارجة}} + I_{2,\text{الخارجة}} + \cdots.$$

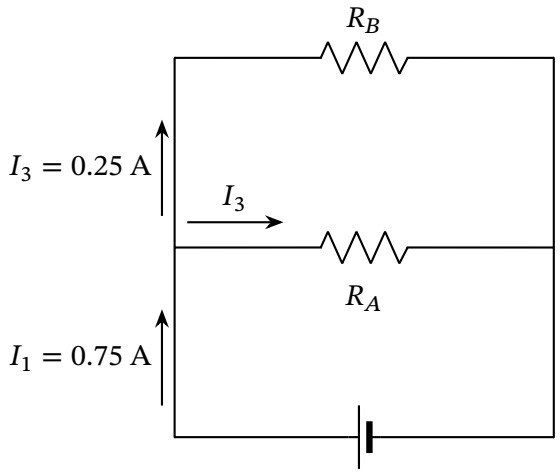
هذا هو قانون كيرتشوف الأول. ينص قانون كيرتشوف الأول على أن مجموع شدة التيارات الداخلة إلى نقطة يساوي مجموع شدة التيارات الخارجة من النقطة.

تعريف: قانون كيرتشوف الأول

مجموع شدة التيارات الداخلة إلى نقطة في دائرة كهربية، $I_{1,\text{الداخلة}} + I_{2,\text{الداخلة}} + \cdots$، يساوي مجموع التيارات الخارجة من النقطة، $I_{1,\text{الخارجة}} + I_{2,\text{الخارجة}} + \cdots$:

$$I_{1,\text{الداخلة}} + I_{2,\text{الداخلة}} + \cdots = I_{1,\text{الخارجة}} + I_{2,\text{الخارجة}} + \cdots .$$

ويمكن استخدام هذا القانون في الدوائر الكهربية لحساب شدة التيارات في كلٍّ من فروع الدائرة. على سبيل المثال، في الشكل الآتي، شدتا التيارين المارين في فرعين معلومتان، ويمكن استخدامهما لحساب شدة التيار في الفرع الثالث.



بدون الحاجة إلى معرفة قيمة أيٍّ من المقاومتين، أو حتى فرق الجهد، يمكننا استخدام قانون كيرتشوف الأول لربط التيارات الثلاثة معًا على النحو الآتي:

$$I_1 = I_2 + I_3.$$

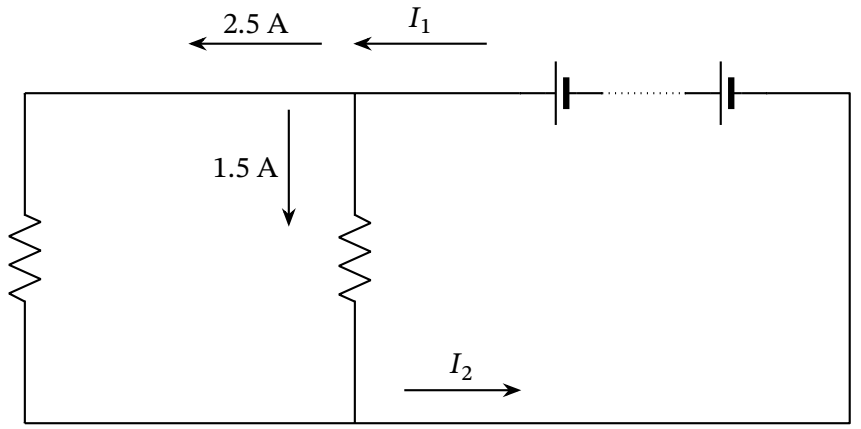
بإعادة ترتيب المعادلة لإيجاد I_3 والتعويض بالقيمتين $I_1 = 0.75$ A و$I_2 = 0.25$ A، نحصل على:

$$\begin{aligned} I_3 &= I_1 - I_2 \\ I_3 &= 0.75\ \text{A} - 0.25\ \text{A} \\ I_3 &= 0.5\ \text{A}. \end{aligned}$$

نتناول الآن مثالًا نستخدم فيه قانون كيرشوف الأول.

مثال ١: استخدام قانون كيرشوف الأول لحساب شدة التيار في دائرة كهربية

التياران الماران في سلكين في الدائرة الكهربية الموضَّحة معلومان. التياران I_1 وI_2 مجهولان.



١. أوجد I_1.

٢. أوجد I_2.

الحل

الجزء الأول

ينص قانون كيرتشوف الأول على أن مجموع التيارات الداخلة إلى نقطة في الدائرة الكهربية يساوي مجموع شدة التيارات الخارجة من النقطة. لإيجاد I_1، يمكننا أن نتناول النقطة أعلى الدائرة. شدة التيار الكلية الداخلة إلى النقطة، $I_{\text{الداخلة}}$، تساوي:

$$I_{\text{الداخلة}} = I_1,$$

وشدة التيار الكلية الخارجة من النقطة، $I_{\text{الخارجة}}$ تساوي:

$$I_{\text{الخارجة}} = 2.5\ \text{A} + 1.5\ \text{A}.$$

بمساواة المعادلتين، نحصل على:

$$I_1 = 2.5\ \text{A} + 1.5\ \text{A}$$
$$I_1 = 4.0\ \text{A}.$$

الجزء الثاني

لإيجاد I_2 يمكننا أن نتناول النقطة الموجودة في أسفل الدائرة. شدة التيار الكلية الداخلة إلى هذه النقطة، $I_{\text{الداخلة}}$، تساوي:

$$I_{\text{الداخلة}} = 2.5\ \text{A} + 1.5\ \text{A},$$

وشدة التيار الكلية الخارجة من هذه النقطة، $I_{\text{الخارجة}}$، تساوي:

$$I_{\text{الخارجة}} = I_2.$$

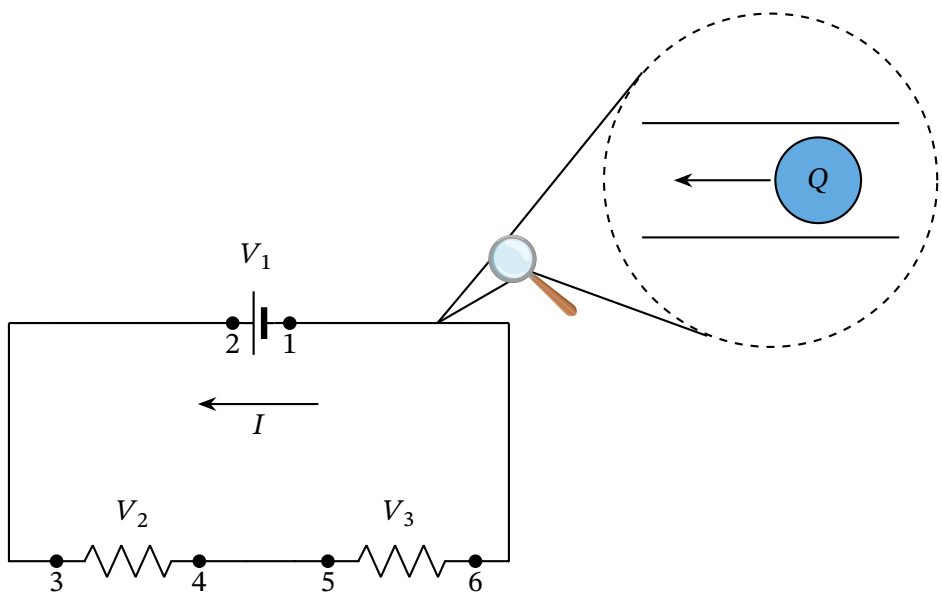
بمساواة المعادلتين، نحصل على:

$$2.5\ \text{A} + 1.5\ \text{A} = I_2$$
$$I_2 = 4.0\ \text{A}.$$

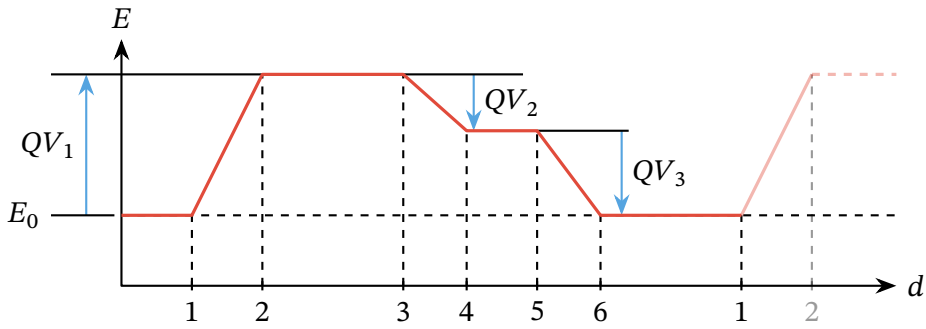
لاحظ أنه كان يمكن إيجاد I_2 من خلال النظر إلى الفرع الأيمن من الدائرة الكهربية وملاحظة أن $I_1 = I_2$؛ وذلك لأن التيارين عند نقطتين متتاليتين.

يمكننا أيضًا تناول الجهد الكهربي لدائرة ما بدلالة الطاقة.

ألقِ نظرةً على الدائرة الآتية المكوَّنة من بطارية ومقاومتين. فرق الجهد عبر البطارية يساوي V_1، وفرقا الجهد عبر المقاومتين الأولى والثانية يساويان V_2 وV_3 على الترتيب. يمكننا تخيُّل أننا ننظر إلى صورة مكبَّرة للشحنة الموجبة، Q، وهي تتحرَّك حول الدائرة. في هذه الحالة، سنتتبَّع حركة شحنة موجبة تتحرَّك في اتجاه التيار.



يمكننا حساب الشغل المبذول على الشحنة الموجبة أثناء تحرُّكها بين النقاط من 1 إلى 6 في الدائرة الكهربية. الشغل المبذول يساوي مقدار الشحنة مضروبًا في فرق الجهد عبر النقاط التي تتنقَّل بينها. وهذا يساوي التغيُّر في طاقة الوضع الكهربية للشحنة، ويمكن تمثيله على التمثيل البياني الآتي لطاقة الوضع الكهربية، E، مقابل المسافة المقطوعة حول الدائرة الكهربية، d.



لاحظ أن الشغل المبذول على الشحنة يخبرنا فقط بالتغيُّر في طاقة الوضع الكهربي، فللشحنة مستوًى أساسي معيَّن لطاقة الوضع الكهربية يساوي E_0.

كما رأينا، فإن طاقة الوضع الكهربية للشحنة عند عودتها مرة أخرى إلى النقطة 1 في الدائرة لا بد أن تكون هي نفس طاقة الوضع الكهربية للشحنة في المرة السابقة عندما كانت عند النقطة 1. وذلك لأن الطاقة محفوظة في الدائرة، ففي كلٍّ من مسارات الدائرة، لا يمكن أن تكتسب الشحنة طاقة وضع كهربية أو تفقدها.

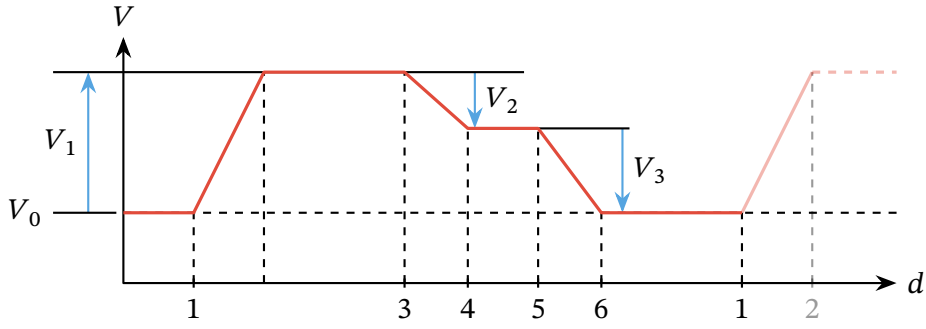
هذا يعني أن إجمالي الشغل المبذول على الشحنة في مسار واحد من الدائرة يجب أن يساوي صفرًا:

$$QV_1 + QV_2 + QV_3 = 0.$$

مقدار الشحنة ثابت؛ لذا، يمكننا قسمة هذه المعادلة على Q:

$$V_1 + V_2 + V_3 = 0.$$

وكما هو الحال مع طاقة الجهد الكهربي، يمكننا أيضًا رسم تمثيل بياني للجهد الكهربية للشحنة، V، في مقابل المسافة المقطوعة حول الدائرة الكهربية، d.



لاحظ أن هناك مستوًى أساسيًّا للجهد الكهربي للشحنة، V_0، ومن ثَمَّ، لا يمكننا إلا قياس فرق الجهد بين نقطتين في الدائرة.

هذا يعني أنه نظرًا لكون الطاقة محفوظة، في أيٍّ من مسارات الدائرة الكهربية، يجب أن يساوي مجموع فروق الجهد عبر كلٍّ من مكوِّنات المسار صفرًا:

$$V_1 + V_2 + \cdots + V_N = 0.$$

هذا هو قانون كيرتشوف الثاني؛ مجموع فروق الجهد عبر جميع مكوِّنات مسار ما في دائرة كهربية يساوي صفرًا.

تعريف: قانون كيرتشوف الثاني

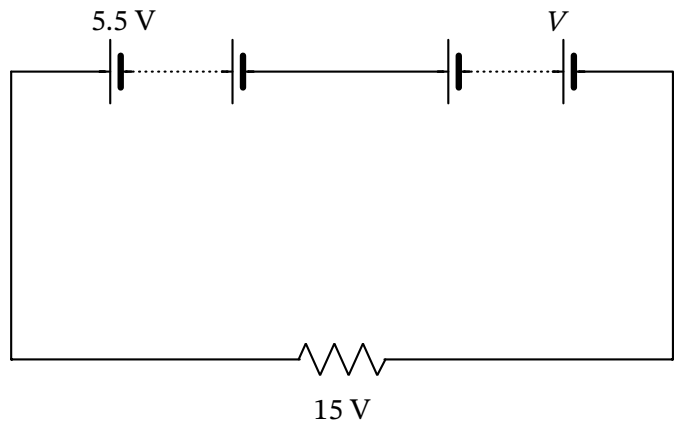
مجموع فروق الجهد عبر كلٍّ من مكوِّنات مسار في دائرة كهربية يساوي صفرًا:

$$V_1 + V_2 + \cdots + V_N = 0.$$

نستخدم الآن قانون كيرتشوف الثاني لحساب فروق الجهد المجهولة في دائرة.

مثال ٢: استخدام قانون كيرتشوف الثاني لحساب الجهد في دائرة كهربية

الانخفاض في الجهد عبر المقاومة في الدائرة الكهربية الموضَّحة يساوي 15 V. الجهد الطرفي لإحدى البطاريتين التي تزوِّد الدائرة الكهربية بالقدرة يساوي 5.5 V. أوجد الجهد الطرفي V للبطارية الأخرى التي تزوِّد الدائرة الكهربية بالقدرة.



الحل

ينص قانون كيرتشوف الثاني على أن مجموع فروق الجهد عبر كلٍّ من مكوِّنات مسار في دائرة كهربية يساوي صفرًا.

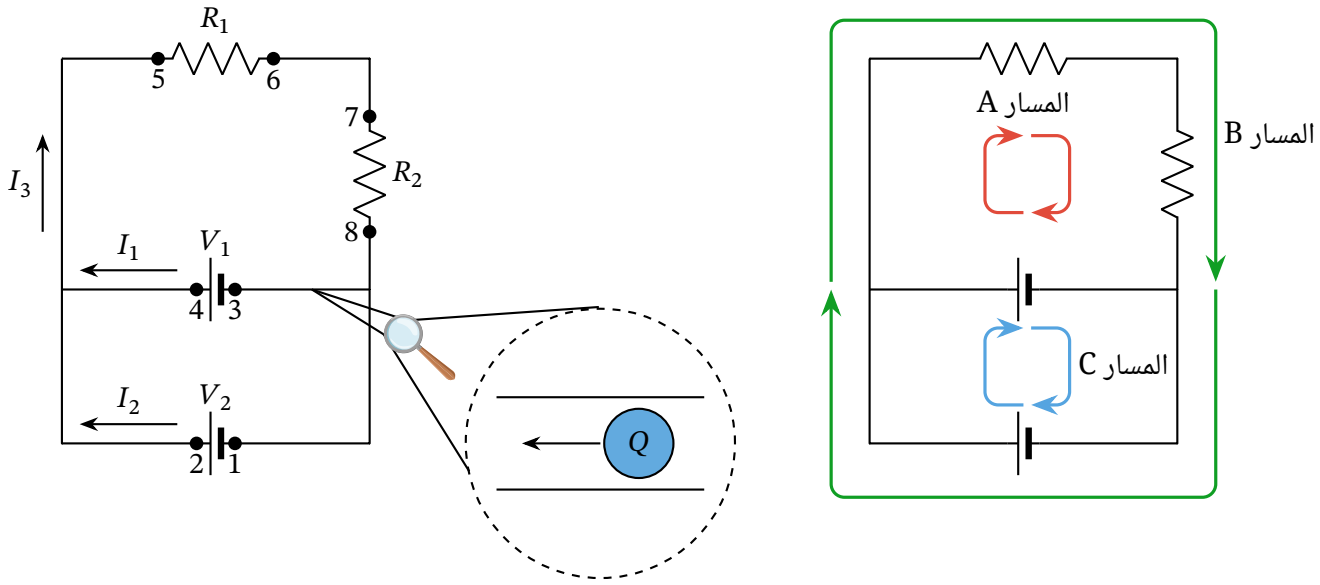
في هذه الدائرة الكهربية، تُوجَد زيادة معلومة مقدارها 5.5 V في الجهد عبر البطارية الأولى، وزيادة مقدارها V عبر البطارية الثانية، وانخفاض بمقدار 15 V عبر المقاومة.

بتطبيق قانون كيرتشوف الثاني على هذا المسار، نحصل على:

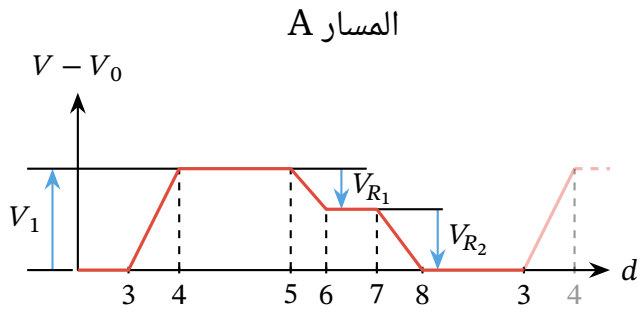
$$5.5\ \text{V} + V - 15\ \text{V} = 0\ \text{V}$$

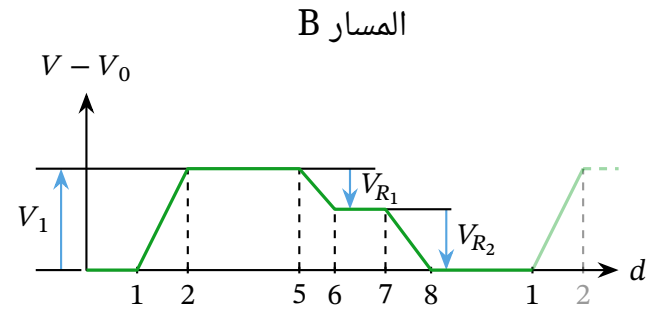
$$V = 9.5\ \text{V}.$$

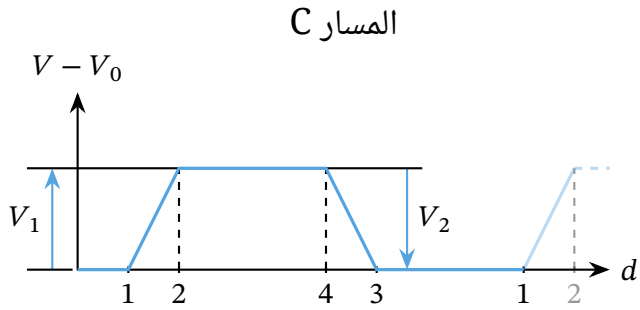
يمكننا تطبيق قانون كيرتشوف الثاني على دوائر مقسمة إلى عدة فروع. على سبيل المثال، تحتوي الدائرة الآتية على ثلاثة مسارات يمكن أن تسري الشحنة فيها، كما هو موضَّح في الشكل الآتي:



في هذه الحالة، نقول إن $V_1 = V_2$. يمكننا تتبُّع شحنة تتحرَّك في أيٍّ من الاتجاهين حول كل مسار، ويمكن رسم تمثيلات بيانية للجهد الكهربي بالنسبة إلى المستوى الأساسي للجهد الكهربي، $V - V_0$، مقابل المسافة المقطوعة حول المسار، d. هذه التمثيلات البيانية موضَّحة في الشكل الآتي:





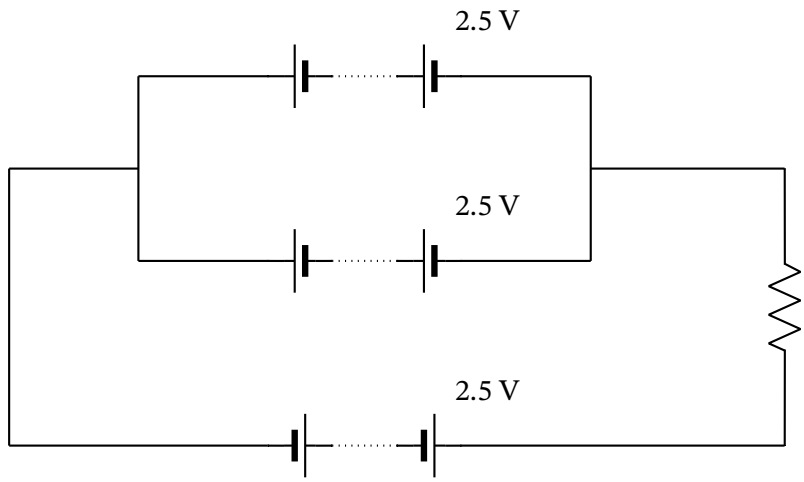


وكما في السابق، في كل مسار، الشغل المبذول على الشحنة؛ ومن ثَم فرق الجهد الكلي عبر كلٍّ من مكوِّنات المسار، يجب أن يساوي صفرًا. هذا يعني أن قانون كيرتشوف الثاني يمكن تطبيقه على أي مسار في الدائرة الكهربية.

نتناول الآن مثالًا يُطبِّق قانون كيرتشوف الثاني على دائرة كهربية تتضمَّن عدة مسارات.

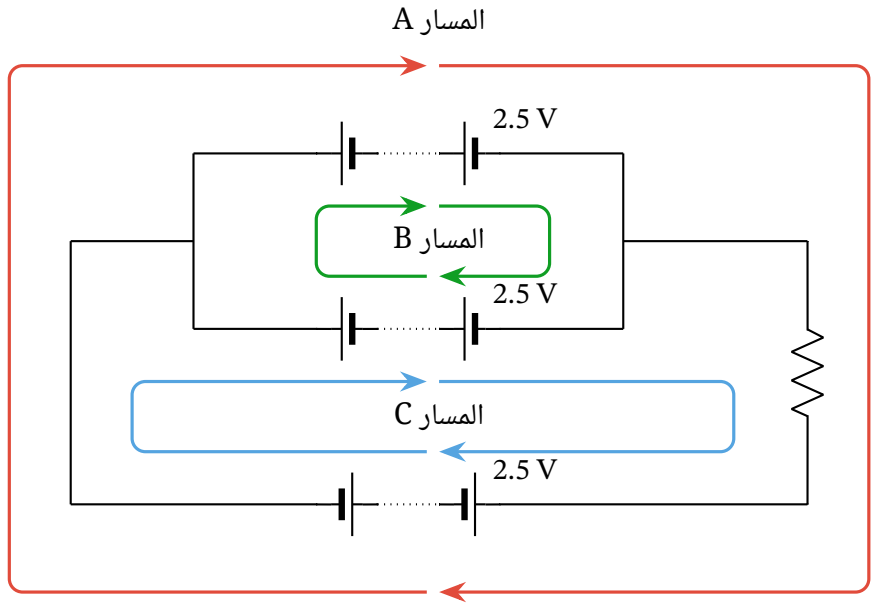
مثال ٣: استخدام قانون كيرتشوف الثاني لحساب الجهد في دائرة كهربية بها مسارات متعدِّدة

أوجد مقدار الانخفاض في الجهد عبر المقاومة في الدائرة الكهربية الموضَّحة. الجهد الطرفي للبطاريات التي تزوِّد الدائرة بالطاقة يساوي 2.5 V.



الحل

تحتوي هذه الدائرة على ثلاثة مسارات يمكن اتباعها في أيٍّ من الاتجاهين، ويمكننا أن نضع لها مُسمَّيات على الدائرة.



لإيجاد مقدار الانخفاض في الجهد عبر المقاومة، V_R، يمكننا دراسة أيٍّ من المسارين A أو C.

تذكَّر أنه وفقًا لقانون كيرتشوف الثاني، فإن مجموع فروق الجهد عبر كلٍّ من مكوِّنات مسار يساوي صفرًا:

$$\sum V_i = 0.$$

بالنسبة إلى المسار A، هذا يساوي:

$$2.5\ \text{V} + V_R + 2.5\ \text{V} = 0\ \text{V}.$$

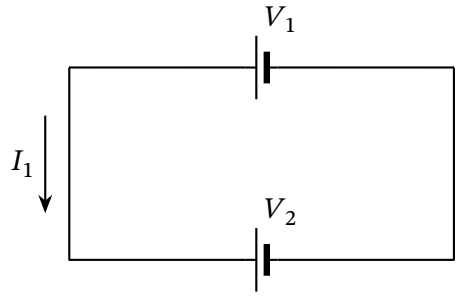
بإعادة الترتيب، نحصل على:

$$V_R = -5.0\ \text{V}.$$

ومن ثَمَّ، فإن مقدار الانخفاض في الجهد عبر المقاومة يساوي 5 V.

عندما تكون لدينا بطاريات موصَّلة على التوازي، يوضِّح قانون كيرتشوف الثاني أمرًا مثيرًا للاهتمام.

فيما يتعلَّق بالدائرة الموضَّحة في الشكل الآتي:



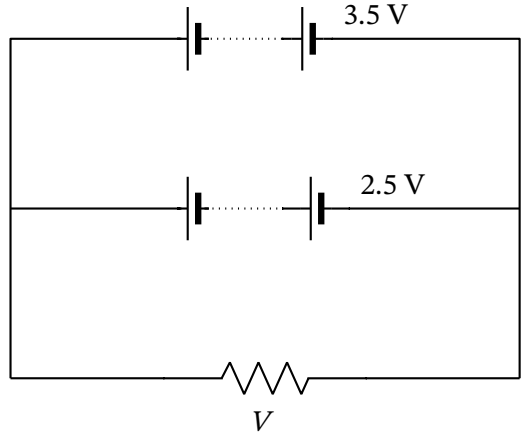
إذا كان مقدار V_1 لا يساوي مقدار V_2، فقد نظن أن المسار لا يتبع قانون كيرتشوف الثاني، إلا أن هذا ليس ممكنًا؛ حيث يجب أن تكون الطاقة محفوظة دائمًا! في هذه الحالة، تُوجَد مقاومة داخلية في كل بطارية يجب وضعها في الاعتبار، وتتسبَّب في انخفاض الجهد اللازم لحفظ الطاقة في الدائرة.

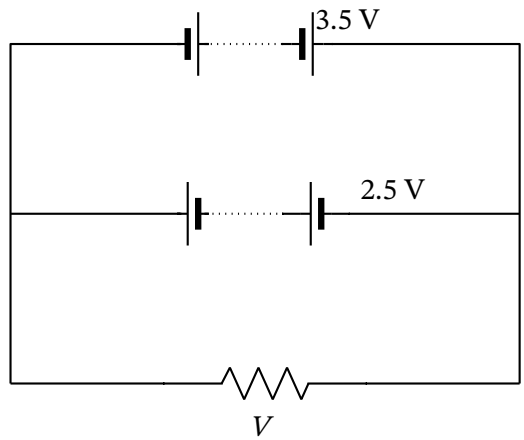
إذن، عندما لا يكون للبطاريات الموصلة على التوازي جهد كهربي متطابق، يجب أن تكون المقاومة الداخلية معلومة كي نستطيع تحليلها.

نتناول الآن سؤالًا يتضمَّن بطاريتين غير متساويتين موصلتين على التوازي.

مثال ٤: تطبيق قانون كيرتشوف الثاني على بطاريات موصلة على التوازي

تعمل المقاومة في الدائرة الموضَّحة ببطاريتين وُصِّلتا على التوازي بترتيبين مختلفين. الجهدان الطرفيان للبطاريتين 3.5 V و2.5 V على الترتيب. في الترتيب الأول، يوصَّل الطرفان الموجبان للبطارية أحدهما بالآخر مباشرةً، ويوصَّل الطرفان السالبان أحدهما بالآخر. في الترتيب الثاني، يوصَّل الطرف الموجب من كل بطارية بالطرف السالب للبطارية الأخرى مباشرةً. أيٌّ من العبارات الآتية تقارِن مقارنةً صحيحة بين انخفاض الجهد في المقاومة في الترتيب الأول وانخفاض الجهد في المقاومة في الترتيب الثاني؟





أ. الانخفاض في الجهد في الترتيب الأول يساوي الانخفاض في الجهد في الترتيب الثاني.

ب. يعتمد الانخفاض في الجهد في الترتيبين على المقاومات الداخلية للبطاريتين.

جـ. يكون الانخفاض في الجهد أكبر في الترتيب الثاني.

د. يكون الانخفاض في الجهد أكبر في الترتيب الأول.

الحل

أولًا، نتناول الدائرة العليا. بتطبيق قانون كيرتشوف الثاني على المسار الذي يحتوي على البطاريتين في الأعلى والمقاومة، نحصل على:

$$3.5\ \text{V} - V = 0.$$

بتطبيق قانون كيرشوف الثاني على المسار الذي يحتوي على البطاريتين في الأسفل والمقاومة، نحصل على:

$$2.5\ \text{V} - V = 0.$$

يعطي التعبيران إجابتين مختلفتين! يجب أن تُحفَظ الطاقة في الدائرة الكهربية؛ لذا، يجب أن يكون هناك بعض المقاومة الداخلية في كل بطارية، والتي يجب أن تكون معلومة حتى نتمكَّن من تحليل الدائرة تحليلًا صحيحًا.

يمكننا تكرار العملية نفسها مع الدائرة السفلية. بتطبيق قانون نيوتن الثاني على المسار الذي يحتوي على البطاريتين في الأعلى والمقاومة، نحصل على:

$$3.5\ \text{V} - V = 0.$$

بتكرار الطريقة نفسها مع المسار الذي يحتوي على البطاريتين في الأسفل والمقاومة، نحصل على:

$$-2.5\ \text{V} - V = 0.$$

مرة أخرى، يعطي التعبيران إجابتين مختلفتين. هذا يعني أنه يجب معرفة المقاومتين الداخليتين للبطاريتين لكي نتمكَّن من تطبيق قانونَي كيرتشوف بطريقة صحيحة على الدائرة.

الطريقة الوحيدة لمعرفة تأثير تغيير ترتيب البطاريتين بدقة هي أن تكون المقاومتان الداخليتان للبطاريتين معلومتين. إذن الإجابة هي الخيار (ب).

يمكننا تلخيص ما تعلَّمناه في هذا الشارح في النقاط الرئيسية الآتية.

النقاط الرئيسية

- الطاقة محفوظة في أي دائرة كهربية. هذا يعني أنه إذا كان الجسيم المشحون يتحرَّك في الدائرة الكهربية، فإن الشغل المبذول على الجسيم يساوي التغيُّر في طاقة الوضع الكهربية للجسيم.
- ينص قانون كيرتشوف الأول على أن مجموع شدة التيارات الداخلة إلى نقطة في دائرة كهربية، $I_{1,\text{الداخلة}} + I_{2,\text{الداخلة}} + \cdots$، يجب أن يساوي مجموع شدة التيارات الخارجة من النقطة، $I_{1,\text{الخارجة}} + I_{2,\text{الخارجة}} + \cdots$:

$$I_{1,\text{الداخلة}} + I_{2,\text{الداخلة}} + \cdots = I_{1,\text{الخارجة}} + I_{2,\text{الخارجة}} + \cdots.$$

- ينص قانون كيرشوف الثاني على أن مجموع فروق الجهد عبر كلٍّ من مكوِّنات مسار، $V_1, V_2, \ldots, V_N$، يساوي صفرًا:

$$V_1 + V_2 + \cdots + V_N = 0.$$